Les Concurrens ne sont pas tenus de traiter toutes les parties de la Minéralogie de ce canton, mais ils doivent approfondir celle qu'ils auront choisie.

Trois médailles d'argent, de la valeur de *cent francs* chacune, seront en outre décernées aux Auteurs des trois meilleurs Mémoires qui traiteront quelque objet particulier de la Minéralogie ou de la Docimasie des autres cantons du Département de l'Isère, tel que les moyens de perfectionner la fabrication des fers de la mine d'Allevard, ou autres, au choix des Auteurs.

On observe qu'on laisse aux Concurrens la faculté de se servir dans leurs Mémoires de la nomenclature minéralogique qui leur conviendra le mieux.

Conditions du Concours.

Le prix et les accessits seront décernés dans la séance publique du mois de Janvier 1807.

Tous les Citoyens, à l'exception des Membres résidans de la Société, sont admis à concourir.

Les Mémoires doivent être parvenus, francs de port, au Secrétaire de la Société avant le premier Octobre 1806 (ce terme est de rigueur); ils ne porteront point le nom de l'Auteur, mais seulement une devise. On y joindra un billet cacheté, qui contiendra la devise, et indiquera le nom et l'adresse de l'Auteur. On n'ouvrira que les billets des Mémoires auxquels on décernera le prix, les accessits ou la mention honorable.

Certifié conforme au Registre :

J. B. J. FOURIER, Préfet, *Président.*

J. J. CHAMPOLLION-FIGEAC, *Secrétaire.*

JOURNAL DES MINES.

N°. 113. MAI 1806.

DE LA MESURE DES HAUTEURS

PAR LE BAROMÈTRE,

D'après la Théorie de M. LAPLACE.

Par M. DAUBUISSON.

Du moment que les célèbres expériences de Pascal eurent appris que le mercure baissait dans le baromètre à mesure qu'on s élevait au-dessus de la surface de la terre, il fut évident que cet instrument pourrait donner un moyen commode de mesurer les hauteurs, lorsqu'on aurait trouvé le rapport qui existe entre l'accroissement de hauteur, et l'abaissement du mercure. L'exposition de ce moyen va être l'objet de ce mémoire : nous commencerons par faire voir comment on est parvenu, en appliquant le calcul à un petit nombre de principes ou de faits bien constatés, à trouver le rapport qu'il y a entre une hauteur quelconque et l'élévation correspondante du baromètre : nous développerons la belle théorie que M. Laplace donne à ce sujet, et la formule qu'il en déduit dans son immortel ouvrage sur la *Mécanique céleste*. Nous dirons, ensuite, un mot sur divers moyens que les physiciens ont successivement imaginés pour appliquer le baromètre à la mesure des hauteurs; et nous terminerons par quelques considérations, auxquelles l'observateur doit avoir égard dans la pratique.

I.

Hauteur exprimée en fonction de la colonne barométrique.

L'atmosphère qui entoure le globe terrestre est composée de fluides élastiques aériformes; et peut être regardée comme en équilibre (abstraction faite des mouvemens locaux et momentanés qui en agitent quelques parties). Or, l'hydrostatique des fluides élastiques aériformes nous apprend, 1o. que leur densité est exactement proportionnelle à la pression qu'ils éprouvent; 2°. que lorsqu'ils sont en équilibre, si on suppose leur ensemble divisé en couches horizontales extrêmement minces, les parties d'une même couche éprouvent une égale pression, et sont par conséquent de même densité (à température égale); 3°. que la pression d'une de ces parties est équivalente au poids de la colonne fluide qui est au-dessus. Si l'on transporte un baromètre dans une couche de l'atmosphère, la colonne de mercure y sera supportée par la force de ressort ou de pression des molécules d'air qui sont en contact avec elle : ainsi ces molécules seront dans le cas d'un ressort qui agirait d'un côté contre le poids de la colonne de mercure, et de l'autre contre le poids de la colonne d'air qui l'élève au-dessus d'elles jusqu'aux limites de l'atmosphère; et puisqu'il y a équilibre les deux colonnes seront égales en poids. Tels sont les principes qui vont nous servir à trouver, à l'aide du calcul, la hauteur d'un lieu par la connaissance de l'élévation du baromètre dans ce lieu.

Prenons dans l'atmosphère deux points quelconques, et proposons-nous de déterminer leur différence de niveau. Comme tous les points d'une même couche éprouvent une égale pression, et que c'est d'après le rapport entre les pressions des deux points donnés que nous trouverons cette différence, peu importe la place que nous assignerons à chacun d'eux dans sa propre couche : pour mieux fixer les idées, nous les supposerons verticalement l'un au-dessus de l'autre; et faisant abstraction du reste de l'atmosphère, nous ne considérons qu'une colonne d'air partant du point inférieur, et s'élevant jusqu'à l'extrémité de l'atmosphère : il s'agira de déterminer la hauteur du point supérieur dans la colonne. Soit

x = cette hauteur.
H = l'élévation du barom. au point inférieur.
h = celle au point supérieur.
D = la densité de l'air au premier point.
D' = celle au second.
p = la densité du mercure.

La colonne étant supposée divisée en tranches infiniment minces, l'épaisseur de celle qui est au point dont on veut avoir la hauteur, sera l'accroissement infiniment petit des x ou dx; quantité qui représentera également son volume, sous l'unité de surface : sa densité étant D', son poids sera $gD'\,dx$, g exprimant l'action de la

Y 2

pesanteur considérée comme force accélératrice. La somme des poids de toutes les tranches, c'est-à-dire, le poids de la colonne sera $\int g D' \, dx$. Celui de la colonne de mercure à la même hauteur sera $g p h$. Et puisque ces deux poids sont égaux, on aura

$$\int - D' \, dx = p h,$$

équation fondamentale, dans le problème à résoudre. On a affecté un des membres du signe — parce que x augmente lorsque h diminue.

Les densités étant proportionnelles aux poids des colonnes d'air ou de mercure, on aura encore

$$D : D' :: H : h,$$

donc

$$\int - D' \, dx = \frac{p H D'}{D},$$

et, en différenciant

$$- D' \, dx = \frac{p H}{D} \, d D'$$

ou

$$- dx = \frac{p H}{D} \frac{d D'}{D'}$$

intégrant

$$- x = \frac{p H}{D} \log. D' + C.$$

Pour déterminer la constante C, prenons le cas où $x = o$, à ce point (origine des x) $D' = D$, et on a

$$x = \frac{p H}{D} \log. D + C.$$

Substituant la valeur de C, et changeant les signes des membres, l'équation deviendra

$$x = \frac{p}{D} H (\log. D - \log. D') = \frac{p}{D} H \log. \frac{D}{D'};$$

mais la proportion ci-dessus donne

$$\frac{D}{D'} = \frac{H}{h}.$$

De plus, les logarithmes dont il s'agit ici, provenant d'une intégration, sont hyperboliques, on pourra leur substituer les tabulaires, en divisant ceux-ci par le module 0,43429, ou en les multipliant par 2,302585 $(= M)$, et on aura

$$x = \frac{p}{D} M H \log. \frac{H}{h} = \frac{p}{D} M H (\log. H - \log. h),$$

équation qui donne la valeur de x, en quantités connues.

Le coefficient qui multiplie la différence des logarithmes étant constant, lorsque les hauteurs sont comptées du même point, on voit que ces hauteurs sont proportionnelles à la différence des logarithmes, et logarit. H étant encore constant, il s'ensuit que l'*accroissement des hauteurs étant en progression arithmétique, les abaissemens du mercure se feront en progression géométrique.*

La valeur de x, que nous venons de trouver, donnerait la solution complète du problème, si la densité de l'air, à partir de la station inférieure, où elle est exprimée par D, ne variait que proportionnellement aux poids comprimans. Mais cette densité dépend en outre de la chaleur, et comme celle-ci va en diminuant de la station inférieure à la station supérieure, il en résulte que la valeur trouvée nécessite une correction. Pour apprécier cette correction, et en général l'effet de la température dans la mesure des hauteurs par le baromètre, remarquons que x exprime la longueur d'une colonne (ou portion de colonne) de l'atmosphère dont le poids est égal à celui d'une colonne de mercure (de même diamètre), ayant $H-h$ pour hauteur : ainsi partout où H et h seront les mêmes, la colonne atmosphérique comprise entre les points correspondans à ces élévations barométriques, aura toujours le même poids; mais non la même longueur, puisque celle-ci dépend encore de la densité de l'air, et que cette densité est d'autant plus petite que la chaleur est plus grande. M. Gaylussac a trouvé que, dans nos températures ordinaires, une masse d'air se dilatait de $\frac{1}{267}$ par degré du thermomètre centigrade : d'où il suit que x étant déterminé pour une température quelconque, on aura sa valeur à une température différente, H et h restant toujours les mêmes, en augmentant ou diminuant la première valeur d'autant de fois $\frac{1}{267}$ qu'il y aura degrés de plus ou de moins dans la seconde température. La formule ci-dessus donne la valeur x, ou longueur de la colonne atmosphérique, pour la température prise à l'extrémité inférieure de la colonne, où la densité est D. Pour avoir la température de la colonne entière, observons qu'elle décroît sensiblement en progression arithmétique, depuis l'extrémité inférieure jusqu'à l'extrémité supérieure de la colonne : de sorte que cette colonne peut être censée partout affectée de la température moyenne entre celle de ses deux extrémités, et cette température moyenne sera représentée par $\frac{t+t'}{2}$, t étant le nombre degrés du thermomètre à la station inférieure, et t' à la station supérieure. Ainsi, d'après ce que nous avons dit, on aura la vraie valeur de x, en diminuant celle déjà trouvée, d'autant de fois $\frac{1}{267}$

qu'il y aura degrés de différence entre t et $\frac{t+t'}{2}$, c'est-à-dire, en la multipliant par le facteur $\left(1-\frac{1}{267}\left(t-\frac{t+t'}{2}\right)\right)$ ou $\{1-0{,}001875\,(t-t')\}$; et l'équation deviendra

$$x=\frac{p}{D}HM\{(1-0{,}001875\,(t-t')\}(\log.H-\log.h).$$

La différence de température entre les deux stations exige encore une autre correction : on a supposé que p était la densité du mercure dans le baromètre h, comme dans celui H; mais il n'est pas exactement ainsi; le baromètre supérieur h étant exposé à une température plus froide, le mercure y est plus condensé, et par conséquent plus pesant : la proportion entre les densités de l'air et le poids des colonnes barométriques devient donc

$$D : D' :: pH : p'\,h$$

p' étant la densité de la colonne h. Ainsi

$$\log.\frac{D}{D'}=\log.\frac{pH}{p'h}\left(\text{et non }\log.\frac{H}{h}\right)$$

et la formule est

$$x=\frac{p}{D}MH\{1-0{,}001875\,(t-t')\}\left(\log.\frac{pH}{p'h}\right).$$

M. Laplace a trouvé, par une expérience fort exacte, que le mercure se dilatait de $\frac{1}{5412}$ par degré du thermomètre centigrade : ainsi si on appelle T la température du baromètre inférieur, et T' celle du baromètre supérieur exprimées en degrés centigrades, on aura

$$p'=p\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right),$$

et log. $\frac{pH}{p'h}$ = log. $\frac{H}{h\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right)}$: ce qui donnera pour formule finale

$$x = \frac{p}{D} MH \left(1 - 0{,}001875\,(t-t')\right)$$
$$\left\{\log. H - \log. h\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right)\right\}.$$

Voyons jusqu'à quel degré d'approximation, cette formule théorique, déduite, d'après la marche indiquée par M. Laplace dans l'*Exposition du Système du Monde*, (liv. I, chap. XIV), de principes et de faits admis par tous les physiciens, donnera la mesure d'une hauteur : prenons pour exemple le pic du Midi, montagne située près de Tarbes ; et élevée de 2613,13 mèt. au-dessus de cette ville, suivant un nivellement fort exact fait par MM. Vidal et Reboul. Le 5 septembre 1805, M. Ramond a fait, avec un soin particulier sur cette montagne, des observations barométriques et thermométriques, qui donnent :

$H = 0{,}735581$ mètres.
$h = 0{,}537203$
$t = +19{,}125°$.
$t' = +4$
$T = +18{,}625$
$T' = +9{,}75$
M, ainsi que l'on sait, est égal à 2,30255

$\frac{p}{D}$ exprime le rapport de la densité du mercure du baromètre à celle de l'air de l'atmosphère, dans la station inférieure : pour le déterminer, nous prendrons pour D le poids d'un volume quelconque, d'un décimètre cube, par exemple, de cet air, et pour p le poids d'un volume égal de mercure à la même température. Avant de procéder à cette détermination, il faut, dans cet exemple, réduire H à la température de la station inférieure : et il deviendra $= H\left(1+\frac{t-T}{5412}\right) = 0{,}735649$ mèt. (H').

D'après Lavoisier, un pouce cube d'air atmosphérique, sous une pression de 28 pouces du baromètre, et à 10°. de l'ancien thermomètre à mercure, pèse 0,46005 grains (1). Traduisant en nouvelles mesures,

(1) Lavoisier. *Traité de Chimie*, tome II, page 250.

Un décim. cube d'air pèse. . . . . . . 1,23185 grm.
Sous une pression de. . . . . 0,75796 mèt.
Et à une température de. . . . . . . 12,5 degr.

En observant que la densité ou poids de l'air est proportionnelle à la pression, et que le poids d'un volume d'air diminue de $\frac{1}{266{,}67}$ par degré de chaleur, nous trouverons que,

Sous la pression H', et à la température t, un décim. cube d'air atmosphérique pèse. . . . . 1,16589 grm. (D).

Brisson rapporte qu'à la température de 14°. du thermom. de *Réaumur*, 4681 grains de mercure ont perdu 345 gr. de leur poids dans l'eau distillée (1) ; ce qui donne, en nouvelles mesures, une perte de 18,3246 grm. sur 248,6303. 14°. du *vrai* thermomètre de Réaumur font 16°,62 du thermomètre centigrade : le poids d'un volume d'air égal à celui du mercure pesé, et à la même température, est de 0,0222 gr. ainsi le poids du mercure dans le vide = 248,6525 : d'où l'on conclut, pour la pesanteur spécifique de ce métal, 13,56933. La Commission des poids et mesures a trouvé qu'un décimètre d'eau, à la température de 12,25°., pesait dans l'air 998,064 grm., et 997,446 à la température de 18,75°. : en supposant que d'une de ces températures à l'autre, la diminution de poids s'est faite en progression arithmétique, un décimètre cube d'eau dans l'air à 16,62°. pesera 997,648 : un pareil volume d'air à la même température pesant 1,213, le poids du décimètre cube d'eau dans le vide sera de 998,861, et par conséquent celui d'un décimètre cube de mercure de 13553,85 grm. : diminuant de $\frac{1}{5412}$ par degré, nous verrons qu'

à la température t, un décim. cube de merc. pèse 13547,60 grm.

Ainsi $\frac{p}{D} = 11619{,}95$.

Ces différentes quantités numériques étant substituées dans l'équation, on trouvera $x = 2596{,}77$ mètres. Valeur qui est de 16,37 m. moindre que la valeur réelle : la différence n'est que de $\frac{1}{160}$.

Quoique la formule ait indiqué, dans l'application que nous venons d'en faire, une hauteur peu différente de la hauteur réelle, cepen-

(1) Brisson. *Pes. spéc. des corps*, p. 57.

dant quelques-unes des données qu'elle renferme, ne sont pas connues d'une manière assez certaine pour qu'on puisse l'employer avec assurance dans la pratique : elle suppose, par exemple, que l'on connaît d'une manière précise la pesanteur spécifique de l'air, et l'on sait que les expériences qu'exigerait cette détermination, sont si délicates que leurs résultats ne peuvent être regardés que comme des estimations approchées. Heureusement il est aisé de se passer de cette détermination, en déterminant directement, par une application de la formule à une hauteur connue, tout le facteur constant $\frac{p}{D}HM$. On rend par-là l'équation plus exacte et plus commode. De plus, au lieu de prendre $\frac{p}{D}$ comme exprimant la température de la station inférieure, on le prend pour le degré 0 du thermomètre, et alors l'excès de la température moyenne entre les deux stations sur celle correspondante à $\frac{p}{D}$ est $\frac{t+t'}{2}$ au lieu de $\frac{t-t'}{2}$, et il faut augmenter, et non diminuer, la hauteur d'autant de fois $\frac{1}{266,7}$ qu'il y a de degrés dans cet excès. M. Laplace a observé que le facteur $\frac{1}{267}$ ayant été déterminé sur un air bien desséché, devait être un peu augmenté et porté à $\frac{1}{250}$, à cause de l'humidité qui est toujours en plus ou moins grande quantité dans l'air atmosphérique. En faisant ces corrections à l'équation, et mettant pour x la hauteur 2613,11 du pic du midi, on en tirera $\frac{p}{D}HM = 18395$. M. Ramond, à qui l'on doit la détermination de ce coefficient (1),

(1) Voyez des détails à ce sujet dans le Mémoire de ce savant. *Mém. de l'Inst.* tom. IV.

le porte à 18393 pour la latitude moyenne de 45°., de sorte que la formule devient

$$x = 18393^{m} \{1 + 0,002(t+t')\}\left\{\text{lo.}\,H - \text{lo.}\,h\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right)\right\}.$$

II.

Formule de M. Laplace.

Nous avons regardé jusqu'à présent la gravité g comme une force constante : mais comme elle varie à différentes hauteurs, et à différentes latitudes, il faut, pour compléter la formule, y faire entrer l'effet de ces variations : c'est ce que M. Laplace vient de faire dans sa *Mécanique céleste* : nous allons tâcher de le suivre dans ce calcul : reprenons en entier la détermination de sa formule.

P étant la pression qu'éprouve la partie de la colonne atmosphérique dont la densité $= D'$, nous aurons d'après ce qui a été dit

$$P = \int -g\,D\,dx$$

ou

$$dP = -g\,D\,dx.$$

La pression qu'une masse d'air exerce étant d'autant plus considérable, que l'air est plus condensé, et qu'il éprouve un plus grand degré de chaleur ; c'est-à-dire, étant en raison composée de la densité et de la chaleur, on aura

$$P = K\,D'\,z$$

K étant un coefficient constant, et z exprimant la chaleur. Prenant, dans cette équation, la valeur de D', et la substituant dans la précédente, on a

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g\,dx}{Kz},$$

et, d'après ce que nous avons dit plus haut,

$$\int \frac{g\,dx}{z} = K \log. \frac{(P)}{P},$$

(P) étant la pression de l'air à la station inférieure. Pour intégrer le premier membre de cette équation, il faut observer, que g et z doivent être exprimés en fonction de x. Pour avoir g, soit (g) l'action de la pesanteur à la station inférieure, a la distance de cette station au centre de la terre, $a+x$ sera celle de la station supérieure au même point : et puisque l'action de la pesanteur est en raison inverse du carré de la distance, on aura

$$g : (g) :: a^2 : (a+x)^2$$

d'où l'on tire

$$g = (g)\left(1 - \frac{2x}{a}\right),$$

en observant que $\frac{x}{a}$ étant une très-petite fraction (moins de 0,001), toutes ses puissances supérieures à la première peuvent être négligées : si l'on fait $x' = x\left(1 - \frac{x}{a}\right)$, on aura

$$\int \frac{g\,dx}{z} = (g) \int \frac{dx'}{z},$$

(g) étant une quantité constante.

Pour avoir z en fonction de x : observons que q étant la température à la station inférieure, z doit être égal à q moins une certaine quantité dépendante de x; et comme « toute fonction » qui représente à la fois les températures des » deux stations, et suivant laquelle la température » diminue de l'une à l'autre à peu près en » progression arithmétique est admissible, pre-

» nons celle qui simplifie le plus le calcul, » et supposons

$$z = \sqrt{q^2 - i x'},$$

i étant déterminé de manière à ce que cette expression de z représente la température à la station supérieure, nous aurons

$$\int \frac{dx'}{z} = \frac{2x'}{q+z}.$$

D'après cela l'équation primitive étant entièrement intégrée, sera

$$(g)\,\frac{2x'}{q+z} = K \log. \frac{(P)}{P},$$

ou, en dégageant x', et substituant les logarithmes tabulaires aux logarithmes hyperboliques,

$$x' = \frac{K\,M}{(g)}\,\frac{q+z}{2} \log. \frac{(P)}{P}.$$

Soit l la température à la glace fondante, et conservant à t et t' les significations que nous leur avons déjà données, nous aurons

$$q = l + t \text{ et } z = l + t',$$

ces valeurs substituées dans l'équation, la changent en

$$x' = \frac{K\,M\,l}{(g)}\left(1 + \frac{t+t'}{2l}\right) \log. \frac{P}{p},$$

« En comparant, dit M. Laplace, un grand nombre de mesures des montagnes par le baromè- » tre, avec leurs mesures trigonométriques, » Ramond a trouvé que sur le parallèle de 50°. » (45 degrés ordinaires) le coefficient $\frac{K\,M\,l}{(g)}$ est » égal à 18336 mètres », ce qui transforme l'équation en

$$x' = 18336^{\text{mèt.}}\left(1 + \frac{t+t'}{2l}\right) \log. \frac{(P)}{P}.$$

Pour avoir l, rappelons-nous qu'un volume d'air se dilate de $\frac{1}{266,7} = 0,00375$ par degré du thermomètre centigrade. Si un obstacle s'oppose à sa dilation, chaque degré de chaleur augmentera sa force élastique ou sa pression de la même quantité. Représentons par (p) la pression à la température o du thermomètre ; à chaque degré, la pression s'accroîtra de (p) $0,00375$. Mais, n étant une température quelconque exprimée en degrés du therm. on a, d'après ce que nous avons dit, $P=KD'(l+n)$: pour o°., P sera égal à (p) et n à o, ce qui donne $(p) = KD'l$: pour 1°., $n = 1$, et par conséquent $P = KD'l - KD'$; ainsi l'accroissement de pression d'un de ces degrés à l'autre $= KD'$ ou $\frac{KD'l}{l}$ ou $\frac{(p)}{l}$; mais nous avons déjà vu que l'accroissement pour un degré était (p) $0,00375$, ainsi $\frac{(p)}{l} = (p)\,0,00375$, d'où l'on tire $l = \frac{1}{0,00375}$. L'équation deviendra donc

$$x' = 18336\,(1 + \frac{t+t}{2}\,0,00375)\log.\frac{(P)}{P}.$$

Les pressions (P) et P étant déterminées par le poids des colonnes barométriques, on aura

$$\frac{(P)}{P} = \frac{(g)\,p\,H}{g\,p'\,h}.$$

h se réduira à la densité p de la même manière que ci-dessus ; soit h ainsi corrigé de la température égal à h' : pour le réduire à la pesanteur (g), rappelons-nous que

$$g = (g)\cdot\frac{a^2}{(a+x)^2} = (g)\frac{1}{(1+\frac{x}{a})^2},$$

ce qui donne

$$\frac{(P)}{P} = \frac{H\,(1+\frac{x}{a})^2}{h'},$$

ou log. $\frac{(P)}{P} = \log.\frac{H}{h'} + 2\log.\left(1+\frac{x}{a}\right)$;

mais on a, par la théorie des logarithmes

$$\log.\left(1+\frac{x}{a}\right) = \frac{1}{M}\left(\frac{x}{a} - \frac{x^2}{a^2}, \text{etc.}\right) = \frac{1}{M}\frac{x}{a},$$

puisque $\frac{x}{a}$ est très-petit. L'équation deviendra donc

$$x' = 18336\,(1 + \frac{t+t'}{2}\,0,00375)\left[\log.\frac{H}{h'} + \frac{2}{M}\frac{x}{a}\right],$$

remettant à la place x' sa valeur $x\,(1 - \frac{x}{a})$, et se rappelant que les puissances de $\frac{x}{a}$ supérieures à la première peuvent être négligées, qu'alors $\frac{1}{1-\frac{x}{a}} = 1 + \frac{x}{a}$, et que $M = 2,302585$, ou aura

$$x = 18336\,\left(1 + 0,00375\,\frac{t+t'}{2}\right)\left[\left(1+\frac{x}{a}\right)\log.\frac{H}{h'} + \frac{x}{a}\,0,868589\right].$$

Telle est la formule qui doit donner les hauteurs, en ayant égard à la variation de la pesanteur à mesure qu'on s'élève. Pour y faire entrer l'effet de la variation en latitude, c'est-à-dire, celui de l'augmentation progressive de cette force, depuis l'équateur jusqu'au pôle, observons que plus la pesanteur est considérable plus l'air est condensé, et plus par conséquent, les hauteurs correspondantes à la même différence d'élévations barométriques sont petites :

ainsi une hauteur trouvée par le baromètre pour une pesanteur déterminée, doit être diminuée ou augmentée, pour une autre, dans le rapport de l'augmentation ou de la diminution des deux pesanteurs. La pesanteur étant proportionnelle à la longueur du pendule (1), et la formule ci-dessus étant calculée pour la latitude de 45°.; la correction pour toute autre latitude se bornera à augmenter ou diminuer cette formule, selon qu'on ira vers l'équateur ou vers le pôle, dans le rapport de la longueur des pendules sous la latitude de 45°., et sous celle donnée. M. Laplace, en combinant les longueurs du pendule observées à diverses latitudes, et appliquant à ces observations les principes qu'il a établis dans sa *Mécanique céleste*, a conclu que la longueur du pendule à secondes, à une latitude quelconque L, est 0,990631 mèt. $+$ 0,005637 sin. ^2L (2); si nous faisons la longueur du pendule à l'équateur, qui est 0,990631 mèt., égale à 1, celle à une latitude quelconque sera $1+0{,}005690 \sin.^2 L$, ou $1+0{,}002845-0{,}002845 \operatorname{coss.} 2L$, puisque $\sin.^2 L=\frac{1-\operatorname{coss.} 2L}{2}$. A la latitude de 45°., $\operatorname{coss.} 2L=0$, ainsi le rapport entre la longueur du pendule à cette latitude, et celle du pendule sous la latitude L sera

$$\frac{1+0{,}002845}{1+0{,}002845-0{,}002845 \operatorname{coss.} 2L}=1+0{,}002845 \operatorname{coss.} 2L,$$

(1) Francœur, *Traité de Méc.* p. 229.

(2) *Mécanique céleste*, liv. 3, n°. 42. Les longueurs sont données dans cet ouvrage pour les secondes centésimales; je les ai réduites aux sexagésimales, d'après le principe, que la durée des oscillations est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule.

en

en observant que les termes qui renferment des secondes et troisièmes puissances de la petite fraction 0,002845 peuvent être négligés. C'est par ce facteur qu'il faudra multiplier la valeur trouvée de x; il l'augmentera, en allant vers l'équateur, il la diminuera, en allant vers le pôle, puisque au-dessus de 45°., $\operatorname{coss.} 2L$ est négatif. L'équation deviendra donc

$$x=18336\left(1+0{,}00375\,\frac{t+t'}{2}\right)\left(1+0{,}002845 \operatorname{coss.} 2L\right)$$
$$\left[\left(1+\frac{x}{a}\right)\log.\frac{H}{h'}+\frac{x}{a}\,0{,}868589\right].$$

Dans l'application de cette formule, il suffira de substituer, dans le second membre, au lieu de x, la valeur approchée que donne la supposition $x=0$, dans ce même membre; ou la valeur encore plus approchée, tirée de l'équation, page 339, ligne 3. Quant à a, il représente le rayon de la terre, et quoiqu'il varie à diverses latitudes, on peut le supposer, sans erreur sensible, de 6366198 mètres: on pourrait encore déterminer la longueur exacte du rayon terrestre à une latitude quelconque, d'après les principes exposés dans la *Mécanique céleste*.

« Les corrections, dit M. Laplace, relatives » à la latitude et à la variation de la pesanteur » sont très-petites (1); mais comme elles sont » certaines, il est utile de les employer pour ne » laisser subsister dans le calcul que les erreurs

(1) Jusqu'à une hauteur de plus de 3000 mètres la différence provenant de la variation de la pesanteur n'est pas de 0,4 mètres: ce *maximum* de différence est en plus et vers la hauteur de 1700 mètres, lorsqu'on emploie la formule de la page 339.

» inévitables des observations, et celles qui ré-
» sultent des attractions inconnues des monta-
» gnes, de l'état hygrométrique de l'air, auquel
» il serait nécessaire d'avoir égard, et enfin de
» l'hypothèse adoptée sur la loi de la diminution
» de la chaleur. On tiendrait compte en partie,
» de l'état hygrométrique de l'air, en augmen-
» tant un peu le coefficient 0,00375 de $\frac{t+t'}{2}$
» dans la formule précédente; car la vapeur
» aqueuse est plus légère que l'air, et l'ac-
» croissement de la température en accroît la
» quantité, toutes choses égales d'ailleurs. Je
» trouve que l'on satisfait assez bien à l'ensem-
» ble des observations, en employant dans cette
» formule, au lieu $\left(\frac{t+t'}{2}\right)$ 0,00375, la quantité
» $\frac{2(t+t')}{1000}$ », ce qui donne pour équation finale

$$x = 18336^{m.}(1+0{,}002(t+t'))(1+0{,}002845 \text{ coss. } 2L)$$
$$\left[\left(1+\frac{x}{a}\right)\log.\frac{H}{h\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right)}+\frac{x}{a}\,0{,}868589\right].$$

Cette formule doit être regardée comme le dernier mot du calcul et de l'observation sur la mesure des hauteurs par le baromètre (1).

(1) Si l'on voulait faire servir dans les mines le baromètre à mesurer des profondeurs, on emploîrait la formule ordinaire où l'on suppose la pesanteur constante, en diminuant un peu le coefficient, parce que ces profondeurs n'excèdent guère 4, 5, 600 mètres. La formule, avec le coefficient convenable à la hauteur de 373 mèt., serait

$$x = 18386 \text{ mèt. } (1+0{,}002\,(t+t)\,\text{lóg.}\left\{\frac{H}{h\left(1 \pm \frac{T-T'}{5412}\right)}\right\}.$$

Dans le facteur affecté du double signe, le signe — sera pris lorsque la température, à la station hors de la mine, sera plus grande qu'à la station intérieure.

Si l'on voulait avoir égard à la variation de pesanteur, et que l'on fût au-dessous du niveau de la mer, il faudrait observer que la pesanteur, dans l'intérieur de la terre, ne suit plus le rapport inverse du carré des distances, mais le rapport *direct des simples distances*. En effet, lorsqu'un corps est placé dans l'intérieur d'une enveloppe sphérique, la résultante de toutes les attractions des parties de l'enveloppe sur ce corps est zéro, et il reste en équilibre (Haüy, *Traité de Physique*, §. 294). Ainsi les particules de matière qui sont dans l'intérieur du globe, n'éprouvent aucune action attractive de toutes les parties plus éloignées du centre qu'elles; on peut donc faire abstraction de ces parties, et supposer le corps que l'on considère, comme placé à la surface d'une sphère plus petite, dont le rayon (r) serait la distance de ce corps au centre de la grande sphère : dans cette supposition, l'attraction qu'il éprouverait étant en raison directe de la masse de la sphère, et en raison inverse du carré de sa distance au centre, serait proportionnelle à $\frac{r^3}{r^2}$, ou simplement à r, c'est-à-dire, à la distance. Dans le cas où le baromètre est employé dans les mines, la température n'étant plus une fonction de x, et ne paraissant sujette à aucune loi, n'entrera pas dans l'équation : de plus, comme les pressions augmentent à mesure que les x augmentent, les deux membres de l'équation fondamentale auront le même signe, et cette équation sera

$$\frac{dP}{P} = g\,\frac{dx}{K},$$

ou en intégrant et déterminant la constante de la même manière que ci-dessus,

$$\int g\,dx = K\,M \log.\frac{P}{(P)},$$

III.

Moyens imaginés par divers physiciens pour faire servir le baromètre à la mesure des hauteurs.

Peu de tems après la découverte de la pesanteur de l'air et de la cause qui soutient le mercure dans le baromètre, Pascal, Descartes et quelques autres savans, entrevirent que cet instrument devait donner un moyen de mesurer les hauteurs, mais ils n'eurent que des idées vagues ou erronnées à ce sujet ; l'hydrostatique des fluides élastiques n'existait pas encore : ce

---

d'après ce que nous avons dit sur le rapport des pesanteurs,

$$g=(g)\frac{a-x}{a}=(g)\left(1-\frac{x}{a}\right)$$

et

$$\int g\,dx=(g)\int\left(dx-\frac{x\,dx}{a}\right)=(g)\left(x-\frac{x^2}{2a}\right)=(g)\,x\left(1-\frac{x}{2a}\right).$$

De plus, $\frac{P}{(P)}=\frac{gh}{(g)H}=\frac{h}{H}\left(1-\frac{x}{a}\right)$: ce qui transforme l'équation en $x\left(1-\frac{x}{2a}\right)=\frac{KM}{(g)}\left[\log.\frac{h}{H}+\log.\left(1-\frac{x}{a}\right)\right]$, developpant le second logarithme, se rappelant que les puissances de $\frac{x}{a}$, supérieures à la première, peuvent être négligées, on aura, en mettant pour $\frac{KM}{(g)}$ sa valeur numérique

$$x\left(1-\frac{x}{2a}\right)=18336^{\text{m.}}\left(\log.\frac{h}{H}-\frac{x}{aM}\right)\ (A),$$

équation du second degré qui donne

$$x=a+\frac{18336}{2,30259}-\sqrt{2\,a\,18336\,\log.\frac{H}{h}+\left(a+\frac{18336}{2,30259}\right)^2}.$$

Si dans l'équation (A) on faisait passer le facteur $\left(1-\frac{x}{2a}\right)$ dans le second membre on aurait $x=18336$ mètres $\left\{\left(1+\frac{x}{2a}\right)\log.\frac{h}{H}-\frac{x}{aM}\right\}$, ou, en appelant c le coefficient numérique, et l le log. $\frac{H}{h}$.

$$x=\frac{cl}{1+\frac{c}{a}\left(\frac{1}{m}-\frac{l}{2}\right)}.$$

Les corrections de température, soit au coefficient, soit à h, se feront de la manière ordinaire.

La formule de M. Laplace pour les hauteurs,

$$x=18336\left\{\left(1+\frac{x}{a}\right)\log.\frac{H}{h}+\frac{2x}{aM}\right\},$$

peut être également mise sous la forme suivante,

$$x=\frac{cl}{1-\frac{c}{a}\left(l+\frac{2}{M}\right)}.$$

fut Mariotte qui, en faisant voir que l'air se comprime proportionnellement au poids dont on le charge, en posa la loi fondamentale. Ce même physicien vit que la densité des diverses couches de l'atmosphère était en rapport logarithmique avec la hauteur correspondante (1) ; mais il ne tira pas tout le parti qu'il aurait pu de cette observation pour la mesure des hauteurs. Le baromètre lui ayant paru baisser d'une ligne, lorsqu'il était à 28 pouces (336 lignes), et qu'il l'élévait de 63 pieds, il supposa l'atmosphère partagée en 336 couches, chacune correspondante à l'abaissement d'une ligne : la loi qu'il avait découverte lui indiqua que la 168e $\left(\frac{336}{2}\right)$ avait une épaisseur de 2×63 pieds : il supposa encore que de la couche inférieure jusqu'à 168e, l'accroissement de hauteur se faisait en progression arithmétique (quoiqu'il vit bien que c'était en progression géométrique). De ces suppositions, je tire la formule suivante :

$$x=0{,}1875 \text{ pieds } (672-h)(336-h),$$

h étant exprimé en lignes. La hauteur ainsi trouvée doit être comptée à partir du lieu où le baromètre est à 28 pouces (cette formule donne 2651 mèt. pour la hauteur du pic du midi). Des observations plus exactes ayant appris que le baromètre au niveau de la mer baisse d'une ligne, lorsqu'on l'élève à 76,6 pieds (à 16°. de tempér.), le coefficient de la formule deviendrait 0,228, et la hauteur du pic du midi serait de 3166 m.

Dans le commencement du dernier siècle, les académiciens qui prolongèrent la méridienne

---

(1) *Œuvres de Mariotte*, édit. 1740, p. 175.

de Paris, dans l'intérieur de la France, observèrent fréquemment la hauteur du baromètre sur des montagnes dont ils avoient déterminé la hauteur. Maraldi et Cassini, en combinant ces observations, en déduisirent la règle suivante : « prenez la suite 61, 62, 63, 64, etc. pieds, composée d'autant de termes qu'il y a d'unités dans la différence entre l'élévation du baromètre au niveau de la mer, et celle à la cime de la montagne, sommez et vous aurez la hauteur cherchée (1) ». Mais cette règle très-simple à la vérité, ne pouvait convenir qu'au petit nombre de cas sur lesquels elle avait été faite : elle donnerait 3372 mèt. pour la hauteur du pic du midi, au-dessus de Tarbes, au lieu de 2613 (2). Cassini lui-même s'aperçut du peu d'accord qu'il y avait entre les résultats de sa règle et les faits, et comme il partait toujours d'un fait inexact, savoir : que la hauteur correspondante à la première ligne d'abaissement du mercure est de 63 pi., il essaya une nouvelle règle avec aussi peu de succès, et il tira de ces tentatives une induction défavorable à la loi établie par Mariotte (3).

Quoique ce soit à la formule de M. Laplace que l'on doive avoir recours, toutes les fois qu'on voudra déterminer les hauteurs avec exactitude, cependant comme une règle simple, semblable à celle de Maraldi, peut être de quelque avantage, pour faire connaître, par approximation et sans calcul, la hauteur indiquée par une certaine élévation du

(1) *Hist. Acad.* 1703, 1705, 1740.

(2) Nous n'avons commencé la progression qu'au 14 ½ (74 ½ pieds), et nous en avons compté 88, puisqu'il y a 88 lignes de différence entre les deux observations barométriques.

(3) *Mém. Acad.* 1733.

baromètre, je vais tâcher de déduire une pareille règle de la formule même de M. Laplace.

Je donne d'abord la suite des hauteurs correspondantes aux élévations du baromètre, prises de centimètre en centimètre, depuis le niveau de la mer jusqu'à 3000 mètres de hauteur, la température étant à 16°. au niveau de la mer (1), et sous la latitude moyenne de 45°.

Baromètre.	Températ.	Hauteur.	Accroissem.	Différence.
76 ⅓ cmèt.	16°. . . .	0 mèt.	110,7 mèt.	
75 ⅓ . .	15,25. . .	110,7		
76. . .	15,75. . .	36,7	111,1	1,2 mèt.
75. . .	15. . . .	147,8	112 3	1,2
74. . .	14,25. . .	260,1	113,5	1,3
73. . .	13,5. . .	373 6	114,8	1,3
72. . .	12,75. . .	488,4	116,1	1,3
71. . .	12. . . .	604,5	117,4	1,4
70. . .	11,25. . .	721,9	118,8	1,5
69. . .	10,5. . .	840,7	120,3	1,4
68. . .	9,75. . .	961,0	121,7	1,5
67. . .	9. . . .	1082,7	123,2	1,6
66. . .	8,25. . .	1205,9	124,8	1,6
65. . .	7,5. . .	1330,7	126,4	1,7
64. . .	6,75. . .	1457,1	128,1	1,7
63. . .	6. . . .	1585,2	129,8	1,8
62. . .	5,25. . .	1715,0	131,6	1,8
61. . .	4.5. . .	1846,6	133,4	2,0
60. . .	3,75. . .	1980,0	135,4	1,9
59. . .	3. . . .	2115,4	137,3	2,1
58. . .	2,25. . .	2252,7	139,4	2,2
57. . .	1,5. . .	2392,1	141,6	2,1
56. . .	0,75. . .	2533,7	143,7	
55. . .	0. . . .	2677,4	147	
54. . .	0,75. . .	2824	148	
53. . .	1,5. . .	2972	151	
52. . .	2,25. . .	3123		

(1) Une moyenne entre les observations de Lambert, Heberden, Saussure, Ramond, Humbolt, Gaylussac, sur la diminution de température à mesure qu'on s'élève, m'a indiqué une diminution d'en-

En examinant les différences entre les accroissemens des hauteurs, nous voyons que jusqu'à la hauteur de 2000 mèt. elles augmentent progressivement depuis 1,2 jusqu'à 1,8 m. Comme l'excès d'un de ces extrêmes sur l'autre est fort petit, nous pouvons, sans erreur considérable, supposer les différences constantes et égales à 1,5; ou plutôt à 1,4 m., afin que les erreurs provenant de la supposition se compensent avant la fin de la progression, et que ces erreurs réparties en-deçà et au-delà du point de conpensation soient moins considérables. D'après cette supposition, les accroissemens des hauteurs jusqu'à 2000 mètres, formeront une progression arithmétique, dont le premier terme sera 110,7 mètres et la raison 1,4; et une hauteur quelconque x, correspondante à une élévation barométrique h, sera égale à la somme des accroissemens jusqu'en h: ainsi, d'après la théorie des progressions arithmétiques, on aura

$$x = \left[110,7 + 110,7 + 1,4\left(76\tfrac{1}{3} - h - 1\right)\right]\left(\frac{76\frac{1}{3} - h}{2}\right),$$

ou

$$x = \left\{110 + 0,7\left(76\tfrac{1}{3} - h\right)\right\}\left(76\tfrac{1}{3} - h\right),$$

ce qui tradait en langage ordinaire, donne cette règle extrêmement simple, et exprimée en nombres faciles à retenir: *Prenez la différence entre l'élévation barométrique observée, exprimée en centimètres, et 76 ⅓; ajoutez-en les ⅔ à 110 mètres; multipliez par elle, et vous aurez, à quelques mètres près* (5 à 6 au plus), *la hauteur du lieu de l'observation au-dessus du niveau de la mer:* au-dessus de 2000 mètres on ajouterait les ¾ au lieu des ⅔ de la différence, et on aurait les hauteurs jusqu'à près de 3500 mèt. sans erreur considérable. Cette règle ne donne, il est vrai, les hauteurs que dans le cas de température moyenne (16°. au niveau de la mer) et lorsque le baromètre est à sa hauteur moyenne; mais

---

viron 1°. par 170 mèt. ou de ¾ de degré par 127 mèt., ou à peu près de ¾° par abaissement du baromètre de centimètre en centimètre.

Les hauteurs ont été calculées d'après la formule de M. Laplace: on a mis pour x, dans le second membre de la formule, la valeur approchée conclue de l'équation au coefficient 18393 m. Le rayon de la terre a été pris pour la latitude de 45°. d'après M. Laplace. Quoique j'aie poussé le calcul jusqu'aux millimètres, je me suis borné à donner ici les décimètres.

il est aisé de l'employer dans les autres cas. Si la température, lors de l'observation barométrique, est différente de celle indiquée dans le tableau, on retranchera cette dernière de la température réelle, et selon que la différence sera positive ou négative, on augmentera ou diminuera la hauteur trouvée par la règle d'autant de fois sa 250e. partie (ou sa 0,004) qu'il y a de degrés du thermomètre centigrade dans cette différence. Si le baromètre, au moment de l'observation, n'était pas à son élévation moyenne, c'est-à-dire, si, descendu dans la contrée jusqu'au niveau de la mer, à 16°. de temp., il ne s'y fixait pas à 76 ⅓ cent., il faudrait le réduire à cette élévation moyenne; ce que l'on ferait en augmentant ou diminuant l'élévation observée, dans le rapport de 76 ⅓ à l'élévation réelle du baromètre au niveau de la mer au moment de l'observation, alors le rapport entre les élévations barométriques de deux stations, et par conséquent la différence des logarithmes, restera la même. Prenons pour exemple l'observation déjà citée de M. Ramond: le baromètre au niveau de la mer était à 76,38 cent. (1): au sommet de la montagne il était à 53,72; cette hauteur réduite dans le rapport de 76,38 à 76 ⅓ devient 53,69; et la règle ci-dessus donnera une hauteur de 2875 mètres. La température dans le lieu de l'observation était de +4°., d'après le tableau elle eut été d'environ −1°., cette différence de +5°. exige une augmentation de 57 ½ m., ainsi la hauteur de la montagne est de 2932 ½ (elle est réellement de 2935). Je n'ai donné cet exemple que pour montrer jusqu'à quel point les résultats conclus de la règle ci-dessus approchent de la vérité; car il eût été d'ailleurs bien plus court d'employer la formule ordinaire.

On pourra encore se faire une première idée d'une hauteur que l'on désire connaître, en se rappelant que la hauteur correspondante à un centimètre d'abaissement, est d'environ 110 mètres au niveau de la mer, de 120 lorsqu'on avoisine les hauteurs de mille mètres, 130 à 140 vers celles

---

(1) A Tarbes le baromètre était à 73,565 cent. (voy. p. 336): cette ville étant à 322 mèt. au-dessus du niveau de la mer, le baromètre, d'après le tableau ci-dessus, doit y être moins élevé de 2,878 cent. à la température de 16°., ou de 2,617 à la température de 21,284°. qui était la réelle, d'après celle de Tarbes. De là, j'ai conclu l'élévation au niveau de la mer.

de deux mille, et de 150 à trois mille. On peut encore conclure de cette observation, que dans les hauteurs jusqu'à deux mille mètres (qui sont celles qu'on a le plus souvent à mesurer) un abaissement barométrique d'un millimètre indique une augmentation de hauteur de 12 à 13 mèt., et que celui d'un dixième de millim., dernière division de l'échelle, correspond à 1,2 ou 1,3 mèt. de hauteur Nous insistons sur ces détails minutieux, parce que l'observateur, en traversant les vallées et les montagnes, désire souvent connaître, pour ainsi dire, à chaque pas et sur les lieux, les différences de niveau du terrain qu'il parcourt; et qu'en se rappelant ce que nous disons ici, il lui suffit de voir de combien le baromètre a baissé d'un point à un autre pour satisfaire son désir. Au reste, nous le répétons, il ne doit employer ces modes d'approximation que pour les détails, et tous les points principaux de son nivellement doivent être calculés d'après la formule de M. Laplace.

Bouguer est le premier que je sache, au moins parmi les savans Français, qui, partant du principe, que la différence de niveau entre deux stations est le logarithme du rapport entre les élévations barométriques à ces deux stations, ait déterminé, par expérience, le module par lequel on devait multiplier les logarithmes tabulaires pour les rendre égaux aux logarithmes *atmosphériques*, et ait en même-tems mis en pratique ce mode de nivellement. Il fixa ce module ou coefficient à 10000 toises moins un trentième : ce qui réduisait la mesure des hauteurs à prendre la différence entre les logarithmes ordinaires des élévations du baromètre aux deux stations, à reculer la virgule, qui est après la caractéristique, de 4 places vers la droite, et à retrancher un trentième : le résultat était la hauteur exprimée en toises. Bouguer assure que cette règle si simple lui donna, avec une très-grande exactitude, les différences de niveau, dans toute la partie élevée des Cordillières : mais il dit, en même tems, qu'elle ne put être employée avec le même succès au-dessous de 1200 à 1300 mèt. de hauteur, ni en d'autres pays (1). Elle donnerait pour le pic du midi, au-dessus de Tarbes, une hauteur de 2571; c'est-à-dire, 42 mèt. de moins que la valeur réelle.

Bouguer n'avait point tenu compte des variations de température. Deluc entreprit d'y avoir égard; il conclut de plusieurs essais, qu'il fit à ce sujet, que lorsque la température est à 16,75 degrés du thermomètre de Réaumur, la simple différence des logarithmes (multipliée par 10000) donne les hauteurs exprimées en toises; mais qu'à toute autre température, il faut augmenter ou diminuer la hauteur, ainsi conclue, d'autant de fois $\frac{1}{215}$ qu'il y a de degrés dans l'excès de la température moyenne des deux stations sur 16,75 : ce qui peut s'exprimer ainsi :

$$x = 10000\,(\log. H - \log. h)$$
$$\left[1 + \frac{1}{215}\left(\frac{t+t'}{2} - 16{,}75\right)\right].$$

Trembley s'est assuré par un grand nombre d'observations que la formule de Deluc donne en général les hauteurs trop petites : il a cru devoir changer le facteur, qui exprime la température, et il lui a substitué le suivant :

$$\left[1 + \frac{1}{192}\left(\frac{t+t'}{2} - 11{,}5\right)\right].$$

Schuckborough a fait une nouvelle correc-

(1) *Mém. Acad.* 1753, p. 520.

tion, il a repris le diviseur 215 de Deluc, mais il a fixé à 11,75°. de Réaumur, la température moyenne. La formule ainsi changée, devient, en employant le thermomètre centigrade,

$$x = 10000^{t} (\log. H - \log. h)$$
$$\left[1 + \frac{1}{269}\left(\frac{t+t}{2} - 14,69\right)\right] (1).$$

Kirwan, Le Roi, le Monnier, ont encore fait quelques légers changemens au facteur, qui exprime la température; on peut les voir dans le Mémoire de M. Ramond déjà cité. Ce savant, après y avoir exposé les diverses formules données jusqu'à ce jour sur la mesure des hauteurs par le baromètre, a comparé leurs résultats avec les mesures géométriques; il a examiné de combien chacune d'elles s'éloignait de la réalité, et dans quelles circonstances de température elle s'en écartait le plus: nous renvoyons à son intéressante dissertation, pour les détails de cette comparaison, et pour les conséquences qu'il en a déduites: nous nous bornons à rapporter sa conclusion finale. « Mais ce que » ce tableau (de comparaison) met dans tout » son jour, c'est l'égalité de marche de la formule de M. Laplace, qui, à toutes les températures, s'est toujours tenue au plus près » de la hauteur vraie. »

(1) Nous ne substituons point au coefficient 10000^{t}. celui 19490 mètres: ce serait enlever à cette formule le seul mérite qui lui reste, la simplicité.

IV.

Les observations barométriques à l'aide desquelles on doit déterminer les hauteurs, exigent quelques attentions dans la pratique, tant par rapport à la nature de l'instrument, que par rapport aux circonstances météorologiques, dans lesquelles elles doivent être faites. Considérations pratiques.

On se sert, pour la détermination des hauteurs de deux espèces de baromètre les uns à siphon, les autres à cuvette. Deluc préfère les premiers; quelques autres physiciens donnent au contraire la préférence aux autres, lorsqu'ils sont faits de manière à ce que le niveau du bain de mercure, dans la cuvette, puisse toujours être ramené à un point fixe, quel que soit la longueur de la colonne: s'ils sont bien faits, l'air y entre très-difficilement, et lorsqu'il s'y en indroduit quelque peu, ils sont plus aisés à reconstruire. L'échelle doit être garnie d'un *nonius*, qui indique au moins les dixièmes de millimètres: on sait qu'un de ces dixièmes répond à plus d'un mètre. Les baromètres doivent être en outre garnis d'un thermomètre enchâssé dans leur monture, afin, que dès qu'on les met en expérience, on puisse savoir le degré de température de la colonne: s'il fallait attendre qu'ils eussent pris celui de l'air ambiant, indiqué par le thermomètre *libre*, on attendrait souvent 3 ou 4 heures et même plus; et au bout de ce tems, on n'en serait pas encore certain. Cette même raison rend indispensable le thermomètre libre. Il est superflu de dire que ces divers instrumens doivent être faits et gradués avec un soin particulier (1); qu'il faut les avoir scrupuleusement comparés avec ceux qui servent à l'observation correspondante; qu'il faut donner une attention particulière à la détermination du niveau du mercure, au haut de la colonne, prendre toujours le même point, soit le commencement, soit la cime de la convexité, etc.

Il faut encore choisir avec discernement les tems favorables aux observations : sans cela, des élévations barométriques observées avec le même soin, et dans les mêmes endroits, mais dans de circonstances météorologiques différentes, donneraient des résultats différens. Si l'atmosphère était toujours dans un équilibre parfait, tous les momens seraient également convenables : Bouguer, Ramond, etc. ont bien observé qu'au-dessus d'un certain niveau, dans les régions élevées, les formules logarithmiques donnaient exactement les vraies hauteurs, même lorsque les deux stations étaient à des distances (horizontales) considérables : ce qui indique que dans ces régions, l'air peut être regardé comme en équilibre, et qu'il y suit exactement la loi de compressibilité reconnue par Mariotte. Mais il n'en est pas entièrement de même dans les régions basses, au voisinage de la surface de la terre; des causes dont les effets nous sont en grande partie inconnus, telles que l'humidité, l'électricité, la combinaison ou mélange de diverses substances gazeuses, etc. et même la chaleur y affectent tout-à-coup l'élasticité de l'air : cette action est souvent locale, ou ne

(1) On en trouve de pareils, à Paris, chez MM. Fortin et Mossy.

se transmet que lentement, et l'équilibre ne se rétablit que peu à peu : le baromètre placé dans un lieu affecté de ces causes perturbatrices en éprouve les effets; tandis que, celui placé ailleurs, n'indique pas au même instant, les mêmes changemens; ainsi leur différence de hauteur ne peut plus indiquer la différence de niveau. De là vient que, dans les cas ordinaires, les deux stations ne peuvent être placées à de grandes distances l'une de l'autre; car, il faut toujours que dans l'espace où elles sont comprises, l'air soit réellement en équilibre, c'est-à-dire, que toutes les parties de la même couche horizontale éprouvent la même pression, et que cette pression soit proportionnelle au poids de la colonne atmosphérique qui est au-dessus : lorsque cette condition a lieu, le baromètre se tient à la même hauteur, dans tous les lieux, qui sont au même niveau; et le changement de hauteur du mercure se fait dans la même proportion à des niveaux différens.

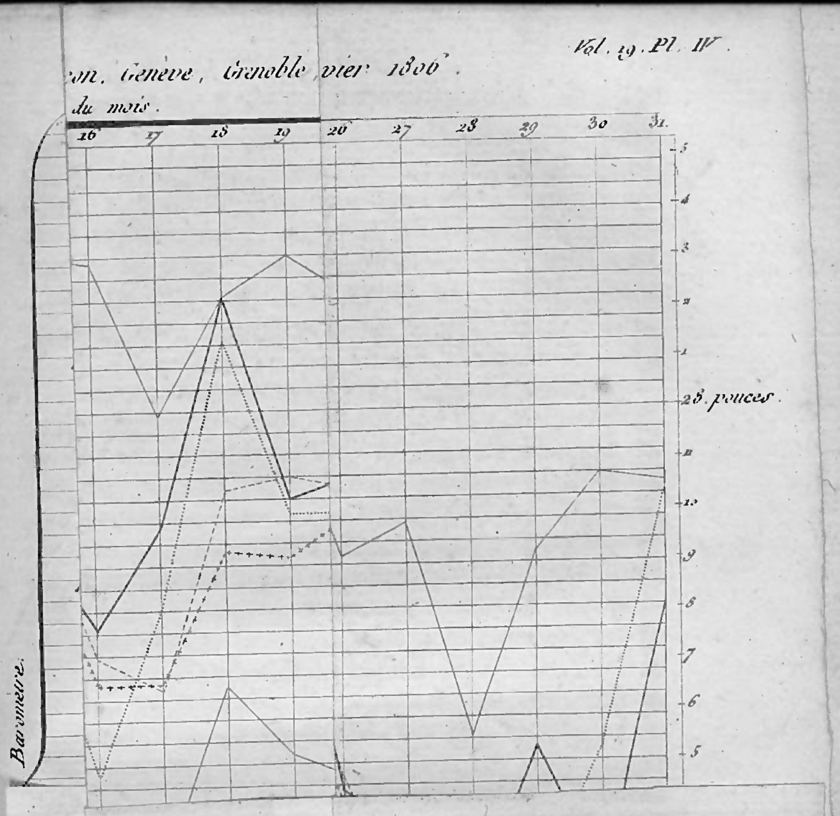
La *planche IV* donnera une idée du rapport réel, entre les variations des élévations barométriques dans des endroits éloignés les uns des autres. Elle fera voir que si ces variations, surtout lorsqu'elles sont considérables, ont en général lieu à peu près en même tems dans tous, il n'en est pas moins vrai qu'elles ne suivent pas assez exactement le même rapport, pour qu'il n'en résulte pas des erreurs sensibles, dans la mesure des hauteurs à l'aide du baromètre. Par exemple, les observations faites à Marseille et à Paris, le 16 janvier 1806 à midi, indiquent que ce dernier lieu est de 183 mètres plus élevé que le premier; d'après celles du 18 du même mois, il y aurait égalité de niveau ; et d'après celles du 22, Marseille serait de 60 mètres plus élevé que Paris ; tandis que la hauteur de Paris excède réellement d'environ 33 mètres celle de Marseille : les instrumens météorologiques sont à 45,8 mètres au-dessus du niveau de la mer, dans l'observatoire de Marseille, et à 79 dans celui de Paris (1).

Le baromètre éprouve encore des variations diurnes ; et ces variations ne suivent pas dans les régions élevées de l'atmosphère, la même loi qu'à la surface de la terre ; ce qui fait que toutes heures du jour ne sont pas également convenables aux observations : Saussure avait déjà remarqué que l'instant du midi était le plus favorable. Ramond l'a confirmé par plus de 800 observations : une d'elles, faite vers le lever du soleil, lui a donné une erreur de 60 mètres en moins, sur une hauteur de 2613.

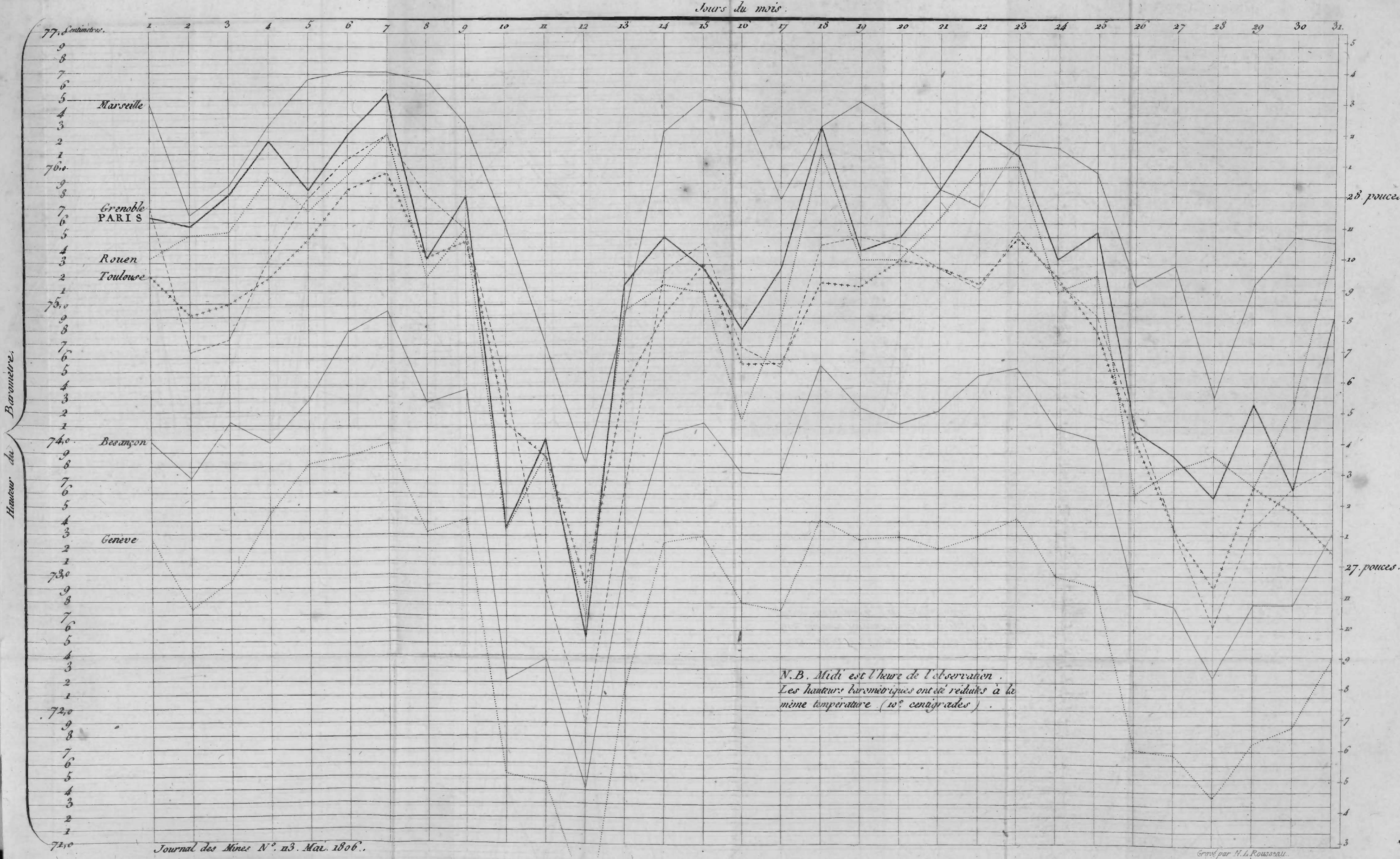
Les vents qui règnent dans l'atmosphère altèrent plus ou moins l'égalité de pression dans les diverses parties d'une même couche, surtout lorsque leurs courans s'inclinent à l'horizon. M. Ramond s'est assuré qu'un baromètre

(1) J'ai tracé les lignes barométriques de la *pl. IV*, d'après les observations météorologiques envoyées au Ministère de l'Intérieur : j'ai choisi des lieux entièrement différens dans leur position topographique, et un mois où il y ait eu de grandes variations. En observant le cours de ces lignes, on verra ; que l'abaissement aussi subit que considérable du 12 s'est fait sentir le même jour dans toute la France ; que les variations qui ont eu lieu à Paris du 14 au 23, ont été également observées à Marseille, dans le même sens, mais un jour plus tard (le vent a été tout le mois S. O.) ; etc.

placé



Marche comparative du Baromètre à Paris, Rouen, Besançon, Genève, Grenoble, Toulouse et Marseille, en Janvier 1806.



Gravé par H. L. Rousseau.

même sens, mais un jour plus tard (le vent a été tout le mois S. O.); etc.

placé

placé dans un courant descendant, y éprouvait une pression plus considérable, et qu'il haussait sensiblement : et, qu'il baissait au contraire, au-dessous du niveau propre à sa hauteur lorsqu'il se trouvait dans un courant ascendant. De pareilles causes pertubatrices ne peuvent être soumises au calcul, et le physicien n'a d'autre ressource contre elles que d'éviter de tomber dans leur sphère d'activité, et de choisir pour cela des tems favorables aux observations : dans ce cas, il peut se promettre un résultat aussi exact que celui que donnerait une opération trigonométrique ordinaire, s'il applique à des observations faites avec soin, la formule donnée par l'illustre auteur de la *Mécanique céleste* (1).

(1) Ce Mémoire était déjà livré à l'impression, lorsque M. Biot a donné connaissance à l'Institut d'un très-beau travail sur divers objets relatifs à l'atmosphère. Ce savant et habile physicien a repris et déterminé avec une précision extraordinaire les différens élémens du coefficient 18336 m. : celui qu'il a conclu de ses déterminations n'en diffère que de 3 mètres en plus. Nous donnerons un extrait de son Mémoire dans un prochain Numéro.

Ce n'est également que depuis peu de jours que j'ai lu un Traité manuscrit sur la mesure des hauteurs à l'aide du baromètre, par M. Héron de Villefosse, Ingénieur des mines et Commissaire du Gouvernement près les mines et usines du Hartz, pendant l'occupation du Hanovre par nos troupes. La partie théorique est sur-tout remarquable par l'érudition qui y règne : elle sert d'introduction à un nivellement général des montagnes et mines du Hartz fait à l'aide du baromètre par l'auteur même. Il est à souhaiter qu'on rende bientôt public un ouvrage aussi utile qu'intéressant.