JOURNAL DES MINES.

N°. 145. JANVIER 1809.

MÉMOIRE

Sur la Théorie d'une nouvelle espèce de décroissement intermédiaire, relative à la structure des cristaux qui dérivent du rhomboïde, et sur quelques propriétés générales de cette forme, avec des applications à une variété de chaux carbonatée.

Par M. Haüy.

La variété de chaux carbonatée que j'ai nommée *métastatique*, est quelquefois modifiée par des facettes situées de biais deux à deux, à la place de ses angles solides latéraux. Mais dans tous les cristaux sur lesquels j'ai observé pendant long-tems ces facettes, elles étaient si petites, que j'avais essayé inutilement de les déterminer. L'acquisition que j'ai faite récemment de deux cristaux qui les présentent avec toute la netteté et l'étendue convenables pour se prêter à la précision des mesures mécaniques, m'a mis à portée d'y appliquer la théorie des décroissemens. La *fig.* 1, *pl. I*, peut donner une idée des cristaux dont il s'agit. Les facettes *v*, *v'* sont celles que je viens d'indiquer. Mais ici elles sont combinées avec les faces c, c' parallèles à l'axe du métastatique, et la figure de ces dernières qui serait celle d'un trapézoïde, si elles existaient solitairement, devient un rhombe, par l'effet de ses intersections avec les facettes v, v'. Le calcul prouve que l'existence de ce rhombe est indépendante de toute mesure d'angles ; elle peut avoir lieu pour un noyau rhomboïdal quelconque, et tient uniquement à la combinaison des lois de la structure. De plus, le cristal est terminé de chaque côté par les facettes t, t, qui, avec les faces r et c, donnent la variété soustractive (1), en sorte qu'il n'est autre chose que celle-ci augmentée des facettes v, v'.

En cherchant à déterminer ces dernières facettes, j'ai reconnu qu'elles provenaient d'une espèce de décroissement intermédiaire dont je n'ai point parlé dans mon *Traité*, parce que je n'en avais rencontré aucun exemple. Ce décroissement a lieu sur les angles inférieurs e du noyau (*fig.* 2). Soit $a\,b\,d\,l$ (*fig.* 3) la même face que P (*fig.* 2). Si l'on suppose que les bords des lames décroissantes appliquées sur cette face, aient successivement des directions qui répondent à ef (*fig.* 3), gh, kn, les lames dont il s'agit subiront un décroissement intermédiaire analogue à ceux qui naissent sur les angles latéraux E, E (*fig.* 2), dans plusieurs variétés de chaux carbonatée. Le décroissement, tel que l'offre la *fig.* 3,

(1) *Traité de Minéralogie*, tome II, page 153.

aurait lieu par des soustractions de molécules liées entre elles trois à trois, et l'on conçoit qu'il est susceptible de varier, selon les différens rapports entre les nombres d'arêtes de molécules soustraites le long des bords $b\,d$, $d\,l$. Mais ici la symétrie exige que le décroissement se répète en sens contraire, suivant des lignes situées comme $n\,o$, $p\,r$, $s\,e$, de manière que les bords des lames décroissantes seront représentés successivement par les lignes anguleuses $e\,x\,n$, $g\,u\,p$, etc.

La loi qui donne les facettes v, v' (*fig.* 1) est relative au cas que je viens d'exposer ; mais elle est en même-tems mixte et intermédiaire, en sorte que les soustractions se font par cinq rangées en largeur et trois en hauteur, de molécules triples. Le signe représentatif complet du cristal est $\underset{c}{\overset{2}{e}}\left(\overset{\frac{5}{3}}{e}\,\overset{3}{D}\,\overset{'1}{D}\,\underset{v}{.}\,\overset{'5}{D}\,\overset{1}{D}\right)\underset{r}{\overset{2}{D}}\,\underset{t}{\overset{3}{B}}$. L'incidence de v sur v, ou de v' sur v', est de 152$^{d.}$ 28′ 22″ ; celle de v sur v' de 88$^{d.}$ 55′ 8″ ; et celle de c sur v de 164$^{d.}$ 3′ 16″. Si l'on adopte pour les diagonales du rhombe primitif le rapport $\sqrt{111}$ à $\sqrt{73}$, qui résulte des mesures de M. Wolaston (1), on trouve pour l'incidence de v sur v, 152$^{d.}$ 28′ 48″, différence 26″ ; pour celle de v sur v', 88$^{d.}$ 56′ 58″, différence 1′ 50″ ; et pour celle de c sur v, 164$^{d.}$ 0′ 8″, différence 3′ 8″.

Si l'on conçoit que les faces v, v, v', v', etc. se prolongent jusqu'à s'entrecouper, en mas-

(1) *Transact. philos.* an. 1802.

quant toutes les autres, le solide dont elles produiront la surface, par leur réunion, sera un dodécaèdre à triangles scalènes (*fig.* 4), analogue au métastatique, et si l'on fait passer dans ce dodécaèdre six plans mnr, nrs, rst, stx, txm, xmn, ils intercepteront un rhomboïde aigu. Or j'ai prouvé (1) que ces sortes de rhomboïdes étaient toujours susceptibles d'être produits, comme formes secondaires, par des décroissemens relatifs à la forme primitive, et que de plus chacun d'eux étant considéré comme noyau hypothétique, par rapport au dodécaèdre, pouvait le faire naître, en vertu d'une loi de décroissement sur les bords inférieurs mn, nr, rs, etc. Dans le cas présent, le noyau hypothétique est semblable au rhomboïde que j'ai nommé *contrastant* (2), et la loi qui produit le dodécaèdre a lieu par trois rangées.

Cette corrélation entre les différens polyèdres qui dérivent d'une même forme primitive, a ainsi le double avantage de ramener les résultats des lois intermédiaires à un point de vue très-simple, et de faciliter le calcul des angles, en permettant de substituer aux formules qui représentent ces mêmes lois, celles qui sont données par les lois ordinaires. Et ce qui ajoute encore à cet avantage de pouvoir simplifier, à l'aide d'un équivalent, la conception des décroissemens intermédiaires, c'est que la forme du noyau hypothétique est ordinairement une de celles qui étant produites elles-mêmes par une loi simple, sont les plus familières à la

(1) *Traité de Minéral.*, t. II, p. 15 et suiv.
(2) *Ibid*, p. 137.

cristallisation. Dans le cristal qui nous occupe, c'est, comme je l'ai dit, le rhomboïde contrastant dont le signe est $\overset{3}{e}$. Dans la variété paradoxale, dont la découverte est due aux savantes recherches de M. Tonnellier (1), c'est le rhomboïde inverse qui a pour signe $E^1\,{}^1E$. Dans la variété numérique (2), c'est le rhomboïde équiaxe représenté par $\underset{1}{B}$. Enfin dans la variété ambigue (3), le noyau hypothétique est semblable au véritable.

Les facettes t, t (*fig.* 1), qui résultent du décroissement $\underset{3}{B}$ (*fig.* 2), ont cette propriété, que leurs intersections avec les faces r, r (*fig.* 1), produites par le décroissement $\overset{2}{D}$ (*fig.* 2), forment un hexagone, c'est-à-dire, qu'elles sont situées sur un même plan perpendiculaire à l'axe du cristal. Or, j'ai trouvé récemment que cette propriété dépend généralement de la condition que le nombre des rangées soustraites sur B, excède d'une unité celui des rangées soustraites sur D, et que de plus elle a lieu pour tous les rhomboïdes, quelles que soient les valeurs de leurs angles.

Je donne à la variété que je viens de décrire le nom de *chaux carbonatée euthétique*, qui indique les *positions heureuses* des faces c, v (*fig.* 1), dont les premières se trouvent transformées en rhombes par l'intervention des

(1) *Traité de Minéral.*, t. II, p. 154.
(2) *Voyez* le no. 106 de ce Journal, p. 302.
(3) *Idem*, no. 133, p. 50.

secondes, et celles des faces r, t, qui sont limitées les unes par les autres, de manière que leur jonction est sur un même plan.

J'ai pensé que les minéralogistes géomètres et les savans qui, sans avoir fait une étude particulière de la minéralogie, ont bien voulu accueillir un travail qui a étendu le domaine de la géométrie, par des applications à des corps dont l'existence est réelle, me sauraient gré de leur offrir ici la démonstration de ces divers résultats auxquels je suis parvenu, en cherchant à déterminer la nouvelle variété de chaux carbonatée. Je vais donner d'abord la théorie générale des décroissemens intermédiaires sur les angles inférieurs d'un rhomboïde.

Soit $p\,h$ (*fig.* 5), le dodécaèdre produit par un décroissement de ce genre; $a\,f\,m\,i$, la face du noyau dont l'angle inférieur touche l'arête $p\,e$; et $c\,m\,b$ la section du prolongement de cette face sur les triangles $v\,p\,e$, $\lambda\,p\,e$. Menons $c\,b$, puis les diagonales $a\,m$, $i\,f$, et du point o qui est l'intersection des lignes $c\,b$, $a\,m$, menons $o\,n$ perpendiculaire sur $p\,e$; le rapport de $b\,o$ à $o\,n$ sera celui du sinus au cosinus de la moitié de l'angle que forment entre elles les faces $v\,p\,e$, $\lambda\,p\,e$. Il s'agit de trouver l'expression algébrique de ce rapport.

Soit $a\,b\,\delta\,l$ (*fig.* 6), un rhombe semblable à l'une des faces du noyau, et $\gamma\,\varepsilon$, le bord analogue à $e\,f$ (*fig.* 3), sur la première lame de superposition, dans l'hypothèse d'une seule rangée soustraite. Soit x, le nombre d'arêtes de molécules compris dans $\delta\gamma$ (*fig.* 6), et y, celui que renferme $\delta\varepsilon$. Menons $\gamma\pi$ parallèle

à la diagonale $b\,l$, et $\gamma\mu$ parallèle au côté $\delta\,l$. Soient g'' et p'', les demi-diagonales de la molécule, g et p étant celles du noyau, il est facile de voir que $\delta\mu$ contient autant de fois $2p''$ qu'il y a d'arêtes de molécules dans $\delta\gamma$, donc $\delta\mu = 2p''x$. De plus, les triangles semblables $\gamma\mu\nu$, $\varepsilon\delta\nu$ donnent

$$\delta\gamma \text{ ou } \gamma\mu : \delta\varepsilon :: \mu\nu : \delta\nu,$$

$$\text{ou } x : y :: 2p''x - \delta\nu : \delta\nu;$$

$$\text{d'où l'on tire } \delta\nu = \frac{2p''xy}{x+y}.$$

Soit $a\,m\,z\,x$ (*fig.* 7) la coupe principale du noyau; $p\,e$, $e\,h$, les mêmes arêtes que *fig.* 5, et $p\,g$, $g\,h$ (*fig.* 7) celles qui sont parallèles aux précédentes dans la partie opposée. Soit $m\,k\,f$ le triangle mensurateur rapporté au plan $a\,m\,z\,x$, et n, le nombre de rangées soustraites, on aura $m\,k = n \times \delta\nu$ (*fig.* 6), et

$m\,k$ (*fig.* 7) $: k\,f :: \frac{2p''nxy}{x+y} : \sqrt{g''^2 + p''^2}$ $:: \frac{2pnxy}{x+y} : \sqrt{g^2 + p^2}$, à cause que les dimensions de la molécule sont proportionnelles à celles du noyau.

Ayant mené $a\,y$, prolongement du côté $x\,a$, puis $a\,l$, perpendiculaire sur $p\,e$, cherchons l'expression de cette dernière ligne.

Les triangles semblables $p\,l\,a$, $p\,u\,m$, donnent $a\,p : a\,l :: m\,p : m\,u$.

Ayant déjà $m\,u = \sqrt{\tfrac{4}{3}g^2}$, cherchons successivement $a\,p$ et $m\,p$.

1°. Pour $a\,p$; les triangles $p\,a\,y$ et $p\,z\,m$ étant semblables, nous aurons $a\,p : a\,y :: p\,z : m\,z$.

D'une autre part, $am : ay :: mk : kf$, ou $2p : ay :: \frac{2pnxy}{x+y} : \sqrt{g^2 + p^2}$;

donc $ay = \frac{x+y}{nxy}\sqrt{g^2 + p^2}$.

Soit a l'axe du noyau, la première proportion deviendra,

$$ap : \frac{x+y}{nxy}\sqrt{g^2+p^2} :: ap + a : \sqrt{g^2+p^2};$$

d'où l'on tire $ap = \frac{a(x+y)}{nxy-x-y}$.

2°. Pour mp; $mp = \sqrt{(pu)^2 + (mu)^2}$;

$$pu = ap + \tfrac{2}{3}az = a\,\frac{(x+y)}{nxy-x-y} + \tfrac{2}{3}a$$
$$= a\left(\frac{2nxy+x+y}{3nxy-3x-3y}\right);$$

$mu = \sqrt{\tfrac{4}{3}g^2}$.

Donc $mp = \sqrt{a^2\left(\frac{2nxy+x+y}{3nxy-3x-3y}\right)^2 + \tfrac{4}{3}g^2}$.

Substituant à la place de ap, de mp et de mu leurs valeurs dans la proportion $ap : al :: mp : mu$, et prenant celle de al, on trouve

$$al = \frac{\frac{x+y}{nxy-x-y}\sqrt{\tfrac{4}{3}a^2g^2}}{\sqrt{a^2\left(\frac{2nxy+x+y}{3nxy-3x-3y}\right)^2 + \tfrac{4}{3}g^2}}.$$

Maintenant $om : on$ (*fig.* 5 et 7) $:: am$ (*fig.* 7) $: al$.

D'une autre part, cm (*fig.* 5) étant parallèle aux lignes ef (*fig.* 3), gh, kn, le triangle com ou bom (*fig.* 5) est semblable au triange $\gamma\pi\nu$ (*fig.* 6).

Donc $bo : om$ (*fig.* 5) $:: \gamma\pi$ (*fig.* 6) $: \pi\nu$.

Donc $om = bo \times \frac{\pi\nu}{\gamma\pi}$.

Cette valeur de om étant substituée dans la proportion $om : on :: am : al$, celle-ci devient $bo \times \frac{\pi\nu}{\gamma\pi} : on :: am : al$,

ou $bo : on :: am \times \frac{\gamma\pi}{\pi\nu} : al$.

Connaissant déjà $am = 2p$, et al, dont nous avons trouvé plus haut l'expression, il reste à chercher celle du rapport $\frac{\gamma\pi}{\pi\nu}$.

Or $\gamma\pi$ renferme autant de demi-diagonales g'' que x contient d'arêtes de molécules. Donc $\gamma\pi = g''x$. $\pi\nu = \delta\pi - \delta\nu = p''x - \frac{2p''xy}{x+y}$

$$= \frac{p''xx - p''xy}{x+y}.$$

Donc $\gamma\pi : \pi\nu :: g'' : \frac{p''x - p''y}{x+y} :: g : \frac{px-py}{x+y}$

$$:: gx + gy : px - py.$$

Donc $\frac{\gamma\pi}{\pi\nu} = \frac{gx+gy}{px-py}$.

Substituant à la place de am, de $\frac{\gamma\pi}{\pi\nu}$, et de al leurs valeurs dans la proportion précédente, on a

$$bo : on :: 2p\left(\frac{gx+gy}{px-py}\right) : \frac{\frac{x+y}{nxy-x-y}\sqrt{\tfrac{4}{3}a^2g^2}}{\sqrt{a^2\left(\frac{2nxy+x+y}{3nxy-3x-3y}\right)^2 + \tfrac{4}{3}g^2}};$$

et simplifiant,

$$bo : on :: \sqrt{\tfrac{1}{3}(2nxy+x+y)^2a^2 + (nxy-x-y)^2 4g^2} : x-y\sqrt{a^2};$$

ce qui est le rapport demandé.

Ayant trouvé les valeurs numériques de x et de y, par un procédé analogue à celui que j'ai indiqué dans la théorie du rhomboïde (1), on pourra se servir du rapport qui vient d'être déterminé, pour reconnaître, parmi les différentes valeurs que l'on peut supposer à n, celle qui donne, relativement aux faces vpe, λpe (*fig.* 5), une incidence conforme à l'observation.

Désignons maintenant par g' et p' les deux diagonales du noyau hypothétique, dont il s'agit de trouver le rapport en fonctions de a, g, n, x et y, qui sont censées connues, ce qui fournira un moyen facile pour calculer en général tous les angles du cristal proposé.

Soient pv (*fig.* 8), pe et $p\lambda$, les mêmes arêtes que (*fig.* 5). Par les points v, λ (*fig.* 8), faisons passer un plan $va'\lambda$ parallèle au rhombe $faim$ (*fig.* 5); menons vm', $\lambda m'$ (*fig.* 8), qui sont les sections de ce plan sur les faces vpe (*fig.* 5 et 8), λpe, et complétons le rhombe $a'vd\lambda$, qui sera semblable à celui du noyau, en même-tems que le triangle $vm'\lambda$ sera semblable au triangle cmb (*fig.* 5). Menons vr' (*fig.* 8), $o'r'$, $m'u'$ et $d\varepsilon$ perpendiculaires sur l'axe ph, et supposons que chaque dimension du rhomboïde auquel appartient le rhombe $a'vd\lambda$ soit égale au produit de la dimension correspondante du rhomboïde auquel appartient am (*fig.* 5), par une quantité m, en sorte que l'on ait vo' (*fig.* 8) $= mg$, $a'o' = mp$, etc.; on aura aussi $d\varepsilon = \sqrt{\tfrac{4}{3}m^2g^2}$.

Si nous menons gr' (*fig.* 7), perpendiculaire sur l'axe, on concevra facilement que pr'

(1) *Traité de Minéral.*, t. I, p. 365.

est égale à la même ligne (*fig.* 8), puisque chacune des perpendiculaires gr' (*fig.* 7) et vr' (*fig.* 8), part d'un des angles supérieurs du noyau hypothétique. Or, hr' (*fig.* 7) $- pr'$ est le tiers de l'axe de ce noyau, ou $hr' - pr' = \tfrac{1}{3}\sqrt{9p'^2 - 3g'^2} = \sqrt{p'^2 - \tfrac{1}{3}g'^2}$. Il s'agit donc de trouver les expressions de ces deux parties de l'axe.

1°. Pour pr'. pr' (*fig.* 8) $= pu' - u'r'$.

$u'r' = a'u' - a'r'$. $a'r' = \tfrac{1}{3}m \times a$.

$a'u' : a'r' :: m''u' : o'r'$.

Ayant déjà $a'r'$ et $o'r' = \sqrt{\tfrac{1}{3}m^2g^2}$, cherchons $m'u'$.

$m'u' : d\varepsilon :: a'm' : a'd$. $a'm' = a'o' + o'm'$.

$a'o' = m \times p$.

$o'm' : \lambda o' :: om$ (*fig.* 5) $: bo :: px - py : gx + gy$.

Donc $o'm' = \lambda o' \times \frac{px - py}{gx + gy} = m \times g \frac{(px - py)}{gx + gy}$.

Donc $a'm' = m \times p + m \times g \frac{(px - py)}{gx + gy} = \frac{2mpx}{x + y}$.

Donc la proportion $m'u' : d\varepsilon :: a'm' : a'd$ devient $m'u' : \sqrt{\tfrac{4}{3}m^2 g_2} :: \frac{2mpx}{x + y} : 2mp$.

Donc $m'u' = \frac{x}{x + y}\sqrt{\tfrac{4}{3}m^2g^2}$.

Mais nous avons eu $a'u' : a^k r' :: m'u' : o'r'$. Donc, substituant à la place des trois derniers termes leurs valeurs algébriques,

$a'u' : \tfrac{1}{3}m \times a :: \frac{x}{x + y}\sqrt{\tfrac{4}{3}m^2g^2} : \sqrt{\tfrac{1}{3}m^2g^2}$;

d'où l'on tire $a'u' = \frac{ma \times 2x}{3x + 3y}$.

Donc l'équation $u'r' = a'u' - a'r'$ devient

$u'r' = \frac{ma \times 2x}{3x + 3y} - \tfrac{1}{3}ma = ma\frac{(x - y)}{3x + 3y}$.

Il faut avoir maintenant l'expression de $p\,u'$, pour en retrancher celle de $u'\,r'$: or nous avons eu plus haut,

$$p\,u\ (fig.\ 7) = a\,\frac{(2nxy + x + y)}{3nxy - 3x - 3y};$$

mais $p\,u'\ (fig.\ 8) : m'\,u' :: p\,u\ (fig.\ 7) : m\,u$,

ou $p\,u' : \frac{x}{x+y}\sqrt{\tfrac{4}{3}m^2 g_2} :: a\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right) : \sqrt{\tfrac{4}{3}g^2}$;

donc $p\,u' = m\,a.\,\frac{x}{x+y}\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right)$,

retranchant $u'\,r'$ de $p\,u'$, nous aurons,

$$p'\,r' = \frac{max}{x+y}\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right) - m\,a\,\frac{(x-y)}{3x + 3y}.$$

2°. Pour $h\,r'\ (fig.\ 7)$. $hr' : gr' :: pu'\ (fig.\ 8) : m'\,u'$,

ou

$$hr' : \sqrt{\tfrac{4}{3}m^2 g^2} :: ma.\,\frac{x}{x+y}\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right) : \frac{x}{x+y}\sqrt{\tfrac{4}{3}m^2 g^2};$$

donc $h\,r' = m\,a\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right)$.

Donc le tiers de l'axe du noyau hypothétique, ou

$$hr' - pr' = ma\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right) - \frac{max}{x+y}\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right)$$
$$+ ma\frac{(x-y)}{3x+3y} = \frac{ma}{3x+3y}\left(\frac{nxy^2 + xy + 2y^2 + nx^2y - x^2}{nxy - x - y}\right);$$

et divisant les deux termes de la fraction par $x + y$, puis égalant sa valeur à l'expression du tiers de l'axe,

$$hr' - pr' = \frac{ma}{3}\left(\frac{nxy - x + 2y}{nxy - x - y}\right) = \sqrt{p'^2 - \tfrac{1}{3}g'^2};$$

or $g\,r' = \sqrt{\tfrac{4}{3}g'^2} = v\,r'\ (fig.\ 8) = \sqrt{\tfrac{4}{3}m^2 g^2}$.

Donc $g'^2 = m^2\,g^2$. Substituant la seconde valeur

valeur à la place de la première dans l'équation précédente, et transposant, on a

$$p' = \sqrt{\tfrac{1}{9}m^2 a^2\left(\frac{nxy - x + 2y}{nxy - x - y}\right)^2 + \tfrac{1}{3}m^2 g^2};$$

$$\text{donc } g' : p' :: g : \sqrt{\tfrac{1}{9}a^2\left(\frac{nxy - x + 2y}{nxy - x - y}\right)^2 + \tfrac{1}{3}g^2}.$$

Désignons maintenant par N le nombre de rangées soustraites sur les bords inférieurs du noyau hypothétique. Etant données x, y et n, il s'agit de trouver la valeur de N en fonctions de ces quantités.

Soit E la partie de l'axe du dodécaèdre qui dépasse de chaque côté l'axe a' du noyau hypothétique, nous aurons

$$h\,r'\ (fig.\ 7) = \tfrac{2}{3}a' + E = \tfrac{2}{3}a' + \frac{1}{N-1}\cdot a',$$

$$\text{ou } m\,a\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right) = \frac{2N+1}{3N-3}\cdot a';$$

mais a' est le triple de la quantité $h\,r' - p\,r'$,

ou de $\frac{ma}{3}\left(\frac{nxy - x + 2y}{nxy - x - y}\right)$;

donc

$$ma\left(\frac{2nxy + x + y}{3nxy - 3x - 3y}\right) = \frac{2N+1}{3N-3}\cdot m\,a\left(\frac{nxy - x + 2y}{nxy - x - y}\right);$$

d'où l'on tire $N = \frac{nxy + y}{x - y}$.

La même équation donne $n = \frac{Nx - Ny - y}{xy}$.

Appliquons les résultats précédens à la détermination des facettes v, v (*fig.* 1). Si dans l'expression du rapport de $b\,o$ à $o\,n$ (*fig.* 5), ou

$$\sqrt{\tfrac{1}{3}(2nxy + x + y)^2 a^2 + (nxy - x - y)^2 4g^2} : x - y\sqrt{a^2},$$

on fait $a = 3$, $g = \sqrt{3}$, $x = 3$, $y = 1$, $n = \tfrac{5}{3}$, on trouve $bo : on :: \sqrt{50} : \sqrt{3}$, d'où l'on déduit l'incidence de v sur v (*fig.* 1), telle que je l'ai indiquée plus haut.

Si l'on substitue les mêmes valeurs dans le rapport de

$$g' : p' \text{ ou } g : \sqrt{\tfrac{2}{9} a^2 \left(\frac{nxy - x + 2y}{nxy - x - y}\right)^2 + \tfrac{1}{3} g^2},$$

on aura $g' : p' :: \sqrt{3} : \sqrt{17}$, qui appartient à la variété contrastante.

Dans la même hypothèse, l'équation

$N = \frac{nxy + y}{x - y}$ donne $N = 3$.

Connaissant g', p' et N, on pourra employer les formules relatives aux décroissemens sur les bords inférieurs du rhomboïde, pour déterminer les angles que forment les facettes v, v', soit entre elles, soit avec les faces c. D'après ces formules, le sinus de la moitié de l'incidence de v sur v est au cosinus, comme

$$\sqrt{\left(\frac{2N+1}{3N-3}\right)^2 a'^2 + \tfrac{4}{3} g'^2} : \sqrt{\left(\frac{1}{N-1}\right)^2 \tfrac{1}{3} a'^2} :: \sqrt{50} : \sqrt{3},$$

ce qui est le même rapport que ci-dessus.

D'une autre part le sinus de la moitié de l'incidence de v sur v' est au cosinus, comme

$$\sqrt{\left(\frac{N+2}{3N-3}\right)^2 a'^2 + \tfrac{4}{3} g'^2} : \sqrt{\left(\frac{N}{N-1}\right)^2 \tfrac{1}{3} a'^2} :: \sqrt{26} : \sqrt{27},$$

ce qui donne l'incidence indiquée dans la description du cristal.

A l'égard de l'incidence de v sur c, il sera facile à ceux qui possèdent la théorie de la déterminer, en se servant des mêmes données. Ils trouveront aussi que la propriété qu'ont les facettes c d'être des rhombes, a lieu toutes les fois qu'en désignant par n le nombre de rangées soustraites sur les bords inférieurs du véritable

noyau, et toujours par N le nombre de rangées soustraites sur les bords analogues du noyau hypothétique, et de plus, en supposant $g' = g$, on a l'équation $\frac{an}{n-1} = \frac{a'}{N-1}$. Dans le cas présent, $a = 3$, $n = 2$, $a' = 12$, $N = 3$, ce qui donne 6 pour la valeur de chaque terme de l'équation.

Je terminerai cet article par la démonstration générale du cas où les faces qui naissent d'un décroissement sur les bords supérieurs B (*fig.* 2) d'un noyau rhomboïdal, rencontrent d'autres faces produites par un décroissement sur les bords inférieurs D, de manière que leurs communes intersections coïncident sur un même plan perpendiculaire à l'axe.

Il est d'abord facile de voir que les intersections dont il s'agit, ont leur origine aux angles latéraux E, E du rhomboïde primitif. Soit $adsg$ (*fig.* 9), la coupe principale de ce rhomboïde, et am, celle des arêtes du solide provenant du décroissement sur B (*fig.* 2), laquelle répond à la diagonale oblique ad. Si l'on mène gn perpendiculaire sur l'axe, et qu'on la prolonge jusqu'à la rencontre x de am, le point x situé vis-à-vis du point g, qui est un des angles latéraux du rhomboïde, sera le point d'intersection de l'arête am avec l'arête correspondante produite par le décroissement sur D. Soit toujours $adsg$ (*fig.* 10), la coupe principale du noyau, et soit pd, l'arête du solide provenant du décroissement sur D, laquelle va rencontrer l'arête am (*fig.* 9). Si l'on prolonge de même gn (*fig.* 10), jusqu'à ce qu'elle coupe en t l'arête pd, le point t devra se confondre avec le point x (*fig.* 9), c'est-à-dire, que $nx = nt$. Soit n'

le nombre de rangées soustraites, relatif au décroissement sur B, et n, celui qui se rapporte au décroissement sur D, on aura

$$n x \ (fig.\ 9) = \frac{n'+1}{2n'-1}\sqrt{\tfrac{4}{3}g^2} \ (1).$$

Maintenant

$$ap \ (fig.\ 10) = \frac{1}{n-1}\sqrt{9p^2-3g^2} . pr : dr :: pn : nt,$$

ou

$$\left(\frac{1}{n-1}+\frac{2}{3}\right)\sqrt{9p^2-3g^2} : \sqrt{\tfrac{4}{3}g^2} :: \left(\frac{1}{n-1}+\frac{1}{3}\right)\sqrt{9p^2-3g^2} : nt.$$

Donc $nt = \frac{n+2}{2n+1}\sqrt{\tfrac{4}{3}g^2} = \frac{n'+1}{2n'-1}\sqrt{\tfrac{4}{3}g^2}$.

D'où l'on tire $n' = n + 1$, comme je l'ai annoncé plus haut, page 9.

Parmi les différentes lois de décroissemens qui déterminent les formes des variétés connues de chaux carbonatée, on en connaît huit, dont quatre ont pour expression $\underset{2}{B}$, $\underset{3}{B}$, $\underset{4}{B}$, $\underset{6}{B}$, et les quatre autres $\overset{1}{D}, \overset{2}{D}, \overset{5}{D}, \overset{5}{D}$, ce qui donne les combinaisons suivantes $\overset{1}{D}\underset{2}{B}$, $\overset{2}{D}\underset{3}{B}$, $\overset{3}{D}\underset{4}{B}$, $\overset{5}{D}\underset{6}{B}$, qui toutes réalisent la propriété que je viens de démontrer. Mais jusqu'ici il n'y a que les deux lois représentées par la seconde, qui soient associées dans une même cristallisation ; les autres agissent solitairement dans la production des formes qui en offrent les résultats.

(1) *Traité de Minéralogie*, t. I, p. 311.

MÉMOIRE

Sur les Mines de houilles du département de Montenotte, *et en particulier sur celles de* Cadibona.

Par M. Gallois, Ingénieur des Mines.

Les arrondissemens de Savone, de Ceva et d'Acqui, offrent déjà seize indications précises de houille. L'arrondissement de Port-Maurice n'a pas encore été examiné.

Ces nombreux affleuremens, et l'étendue considérable du terrain houiller qui se prolonge sous la mer entre Albissola et Varazzo, attestent l'abondance avec laquelle ce combustible se trouve ou doit se trouver dans le département.

Cependant la plupart de ces affleuremens n'ont qu'une faible épaisseur. Les plus considérables s'observent, 1°. à *Malare-Ceretto* sur l'Olba, où il se trouve plusieurs petites couches assez rapprochées les unes des autres ; 2°. à *Ponzone*, près de Cortosio, entre l'Ero et le torrent Coboaco, arrondissement d'Acqui, où se montre au jour une couche assez puissante ; 3°. à *Morbello* ; et 4°. enfin les houillères de *Cadibona*, arrondissement de Savone, qui sont les seules qui ont été reconnues par quelques travaux.

Je me bornerai dans ce rapport, à présenter les détails qui feront connaître cette mine.