et au même degré que pour le spath fluor ordinaire; 3°. leur structure par la division mécanique qui eut lieu sur les huit angles solides, et me donna pour forme primitive l'octaèdre régulier. — Quoique ces résultats fussent suffisans pour m'éclairer sur la nature de la substance que je venais d'examiner, je priai néanmoins M. Pelletier, habile pharmacien, digne fils du célèbre chimiste de ce nom, de vouloir bien m'aider à faire quelques essais chimiques qui pussent venir à l'appui d'une opinion qu'on ne m'accusera pas d'avoir adoptée légèrement. Nous réduisîmes en poudre quelques-uns des cristaux en question, nous versâmes dessus quelques gouttes d'acide sulfurique. La dissolution chauffée légèrement ne tarda pas à dégager une vapeur blanche piquante, qui corroda sensiblement une lame de verre exposée à son action. J'ajouterai, pour qu'il ne reste lieu à aucun doute, que plusieurs échantillons que j'ai déposés à la Collection du Conseil des Mines, ont été examinés par MM. Tonnellier, conservateur du Cabinet de minéralogie, et Collet-Descostils, ingénieur en chef des mines, chargé des analyses, et que ces deux savans ont obtenu des résultats semblables à ceux consignés ci-dessus. — C'est, je crois, la première fois qu'on a reconnu la chaux fluatée dans le département de la Seine: MM. Launoi l'ont retrouvée depuis en plus gros cristaux à Neuilly, près Paris. — Le banc qui renferme celle du Marché aux Chevaux, est une chaux carbonatée grossière grise que les ouvriers nomment *plaquette*, située à neuf pieds de profondeur. Les substances qui le recouvrent sont, 1°. cinq pieds de terre végétale; 2°. un pied et demi de marne blanche herborisée; 3°. un pied et demi de tuf grisâtre; 4°. un pied de terre. Le trou par lequel on voyait à découvert la couche calcaire qui servait de gangue aux cristaux de spath fluor, a été comblé depuis en entier.

JOURNAL DES MINES.

N°. 147. MARS 1809.

FIN

DE LA DESCRIPTION ET THÉORIE

Des Soufflets cylindriques anglais, avec quelques projets sur l'amélioration de ces machines.

Par Joseph Baader, Conseiller de la Direction générale de Bavière, Membre du Bureau intime des Mines, Salines, etc. etc. Imprimée à Munick, chez Joseph Lindaner, en 1805.

Traduit de l'allemand par M. ***.

DEUXIÈME PARTIE.

Théorie des Soufflets cylindriques

§. Ier.

Si dans un cylindre métallique *abcd*, *pl. III*, *fig.* 36, ouvert par en haut, fermé par en bas, posé verticalement et parfaitement calibré, on suppose un piston *A* remplissant exactement le cylindre et se mouvant sans frottement; que le piston touche le fond *b c* sur lequel soit une ouverture w. Si l'on tire le piston par en haut avec une vitesse modérée, l'air extérieur entrera par l'ouverture w et remplira l'espace vide formé par le mouvement du piston ; en tirant celui-ci on éprouve une résistance, et cette résistance qui provient de la pression de l'atmosphère sur la surface supérieure du piston, est d'autant plus grande, que le mouvement du piston est plus rapide et que l'ouverture inférieure est plus petite : de là suit cette question. La vitesse du piston $= c$ étant donnée, ainsi que la surface du piston $= A$ et la surface de l'ouverture du fond $= w$, on demande : quelle est la force ou la pression avec laquelle l'air atmosphérique s'oppose au mouvement du piston ?

Solution. La pression de l'atmosphère peut être représentée pour une colonne d'air d'une densité uniforme dont la hauteur $= k$, et la hauteur d'une colonne d'eau qui lui fait équilibre $= h$; le rapport des densités de l'air et de l'eau $:: \delta : \Delta$; d'où l'on tire cette proportion $k : h :: \Delta . \delta$, donc enfin $k = h \frac{\Delta}{\delta}$.

Soit de plus $u =$ la vitesse correspondante à la hauteur k, $g =$ la gravité, le carré de la vitesse étant proportionnel à la hauteur, on aura $u^2 : 4gh :: k : h :: \Delta : \delta$, d'où l'on tire $u^2 = 4gh \frac{\Delta}{\delta}$ et $u = 2\sqrt{gh \frac{\Delta}{\delta}} =$ la vitesse due à la compression totale de l'atmosphère en vertu de laquelle l'air entre dans un espace parfaitement vide.

L'air entre par l'ouverture w avec une vitesse particulière qui dépend de celle avec laquelle

on élève le piston. Faisons cette vitesse $= s$, à cause de la proportion $s : c :: A : w$, on aura $s = c. \frac{A}{w}$, et tant que $c. \frac{A}{w} < u$, il entrera de l'air sous le piston avec une vitesse qui dépendra de la différence de densité de l'air extérieur et de l'air intérieur. Si l'on fait $y =$ la hauteur de la colonne d'eau en vertu de laquelle la vitesse s a lieu, on aura $y : h :: s^2 : u^2$, de là $y = h \frac{s^2}{u^2}$.

Deux pressions sont exercées sur le piston, l'une de bas en haut qui est due au poids d'une colonne d'eau $= h - y$; l'autre de haut en bas qui équivaut au poids d'une colonne d'eau $= h$. Ainsi l'action totale de haut en bas équivaut à celle d'une colonne d'eau $= h - (h - y) = y$. Faisant cette pression $= p$, on aura $p = A y$, et si le poids d'un pied cube d'eau $= \text{℔}$, on aura $p = A\, y\, \text{℔} = A\, h \frac{s^2}{u^2} \text{℔}$. Mais on a aussi $s^2 = c^2 \frac{A^2}{w^2}$ et $u^2 = 4gh \frac{\Delta}{\delta}$; il suit que l'on doit avoir $p = A \frac{A^2 c^2 \delta}{w\, 4 g h} \text{℔}$.

Mais si l'on fait $M =$ la masse d'air entrant pendant une seconde par l'ouverture w, on aura $M = A c$; de là $p = A. \frac{M^2 \delta}{w^2\, 4 g h} \text{℔}$. Ainsi la résistance du piston est en raison inverse du carré de l'ouverture w par laquelle l'air entre dans le cylindre ; d'où l'on déduit cette première règle : *que l'ouverture par laquelle l'air entre doit être aussi grande que les circonstances peuvent le permettre dans la construction d'un soufflet.*

§. II.

Lorsque l'ouverture est couverte par une soupape, celle-ci ne peut s'ouvrir qu'au moment où l'air du cylindre est tellement raréfié, que l'excès du ressort de l'air extérieur sur celui qui est dans l'intérieur, est un peu plus grand que la résistance de la soupape. Ainsi plus la soupape sera pesante, plus l'air du cylindre devra être raréfié. Il suit de là que le poids de la soupape occasionne une double résistance lorsque le piston monte, 1°. parce qu'elle oblige une plus grande raréfaction dans le cylindre; 2°. parce qu'elle diminue l'ouverture par laquelle l'air entre. Comme on peut se passer de la détermination de cette résistance qui ne ferait qu'ajouter à la difficulté du calcul, nous nous contenterons d'observer qu'il suffit de faire l'ouverture assez grande et d'ajouter un contre-poids à la soupape. Si l'on regardait l'ouverture réelle comme étant réduite à sa quatrième partie par la soupape, la formule $p = A \frac{A^2 c^2 \delta}{w^2 4 g \Delta} \beta^{tt}$ deviendrait $= A \frac{M^2 \delta}{g \Delta w^2} \beta^{tt}$.

§. III.

Il importe dans la construction d'un soufflet cylindrique de distribuer le tout de la manière la plus avantageuse. Si l'on se proposait dans ce cas de déterminer quelle grandeur on doit donner à l'ouverture pour que la résistance observée dans le §. II. soit très-petite;

et si pour cela on supposait $\frac{A^2 c^2 \delta}{w^2 g \Delta} = \frac{1}{25}$, il en résulterait que la valeur de p sur chaque pied carré du piston $= 2^{tt}$; ce qui, dans une grande machine, peut être confondu avec le poids et le frottement du piston, on aurait

$$w = \sqrt{\frac{25 A^2 c^2 \delta}{g \Delta}} = A c. 5. \sqrt{\frac{\delta}{g \Delta}},$$

et si pour simplifier on fait $g = 16$ et $\frac{\delta}{\Delta} = \frac{1}{800}$, on aura

$$w = 5 A c \sqrt{\frac{1}{12800}} = A c \sqrt{\frac{25}{12800}} = A c \sqrt{\frac{1}{512}}$$

$$= A c \frac{1}{22,6};$$

d'où l'on peut prendre sans inconvénient

$$w = \frac{1}{22} A c = \frac{M}{22}.$$

§. IV.

On observe généralement que quoique le piston soit élevé d'un mouvement uniforme, la soupape n'en éprouve pas moins des oscillations qui la tiennent tantôt ouverte et tantôt fermée. On peut rapporter la cause de cette variation à ce que l'air étant assez raréfié par le mouvement du piston, la soupape se lève et qu'aussitôt il entre assez d'air pour diminuer la raréfaction et rendre le poids de la soupape plus grand que la différence des deux actions; alors elle se ferme jusqu'à ce que l'air soit assez raréfié pour qu'elle puisse s'ouvrir de nouveau.

§. V.

En faisant $b =$ la montée du piston et A sa surface, le volume d'air entré $= Ab$, et sa densité se rapproche d'autant plus de celle de l'air extérieur, que l'ouverture des soupapes est plus large et que les soupapes sont plus légères. Lorsque les soupapes et l'ouverture sont bien proportionnées, on peut sans de grands inconvéniens faire la masse de l'air $= Ab$.

§. VI.

Nous ne nous sommes occupés jusqu'à présent que de l'ascension du piston et de l'entrée de l'air dans l'intérieur du cylindre par une grande ouverture ; il nous reste maintenant à examiner quelle doit être la pression exercée sur le piston pour donner à l'air intérieur une densité telle qu'il puisse sortir par une petite ouverture avec une vitesse donnée.

Soit v, la vitesse avec laquelle l'air comprimé sort par la petite ouverture ; δ, la densité de l'air extérieur ; $m\delta$, la densité de l'air du cylindre ; h, la hauteur d'une colonne d'eau qui fasse équilibre à la pression de l'atmosphère ; $h+z$, la hauteur d'une colonne d'eau qui fasse équilibre à l'air condensé,

On a $m\delta : \delta :: h+z : h$; ainsi $m = \frac{h+z}{h}$ et $z = h\,(m-1)$.

La densité de l'air atmosphérique étant à celle de l'eau comme $\delta : \Delta$; si λ est la vitesse d'un corps grave en tombant d'une hauteur $h+z$, on a la pression de l'air dont le cylindre est à la hauteur d'une colonne de fluide d'une densité uniforme $m\delta :: m\delta$ est à sa hauteur $= y$, de là $y : h+z :: \Delta : m\delta$ et $y = (h+z)\frac{\Delta}{m\delta}$.

Soit ϕ la vitesse due à la hauteur y ; $y : h + z :: \phi^2 : \lambda^2$ et $\phi^2 : \lambda^2 :: \Delta : m\delta$, de là $\phi^2 = \lambda^2 \frac{\Delta}{m\delta}$. Mais $\lambda^2 = 4g\,(h+z)$, il suit de là que $\phi^2 = 4g\,(h+z)\frac{\Delta}{m\delta}$, et parce que $h+z = mh$, on a $\phi^2 = 4gh\frac{\Delta}{\delta}$ et $\phi = 2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}} =$ 1285 pieds. Ainsi la vitesse avec laquelle l'air condensé entre dans le vide est la même que celle qu'aurait eu l'air atmosphérique, §. I ; de là suit cette proposition.

« La vitesse avec laquelle l'air condensé entre » dans le vide est la même à tous les degrés de » condensation ; elle est égale à celle que l'air » atmosphérique d'une densité moyenne aurait » au premier instant où il entre dans le vide, » c'est-à-dire, 1285 pieds par seconde ».

Il peut paraître singulier à la première inspection, qu'il n'entre pas plus d'air condensé que d'air commun dans un espace vide. Cependant ce résultat paraîtra très-naturel si l'on considère que la densité de l'air entrant est proportionnelle aux forces qui le compriment. Cette exactitude se déduit naturellement de ce principe $y : h+z :: \Delta : m\delta$; mais comme $h+z = mh$, il s'en suit que $y = mh\frac{\Delta}{m\delta} = h\frac{\Delta}{\delta} = k$, §. I. La hauteur des deux colonnes étant égale, les fluides doivent avoir la même vitesse quoique leur densité soit différente.

Ainsi le mercure pressé par une colonne de ce fluide de 12 pouces de hauteur, s'écoulerait par une ouverture donnée avec la même vitesse que de l'eau ou tout autre liquide contenu dans le même vase, et dont la colonne comprimante aurait la même hauteur.

§. VII.

$2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}$ serait donc la vitesse avec laquelle l'air sortirait si le dehors était entièrement vide; mais ce vase est placé dans l'air atmosphérique qui s'oppose à la sortie de l'air; il faut donc qu'une partie de sa vitesse soit employée à vaincre la résistance de l'atmosphère. On peut représenter la pression de l'atmosphère et celle de l'air dans le cylindre par deux colonnes de même hauteur, de deux liquides de densité différente, mais qui conservent chacun une densité uniforme dans toute leur hauteur. Soit δ et $m\delta$, les densités de ces deux colonnes *ABCD*, *MNOP*, *fig.* 37, qui communiquent entre elles par une petite ouverture *a*. Comme la pression des deux liquides sur l'ouverture commune est proportionnelle à la densité, on pourrait les comparer à des hauteurs différentes du liquide le plus dense, et dans ce cas les hauteurs seraient inverses des densités. Si *qa* est la hauteur totale du fluide le plus dense $= y$, et *qi* la hauteur correspondante à la pression du liquide le plus rare $= x$, on aura $x : y :: \delta : m\delta$; d'où $x = \frac{y}{m}$. L'effet qui a lieu dans ce cas serait le même que si les deux tuyaux étaient remplis du liquide le plus dense, l'un

ABCD jusqu'à x, et l'autre *MNOP* jusqu'à y, ou mieux si le premier était vide et que le second fût rempli jusqu'à une hauteur $ai = y - x$. Ainsi la vitesse deviendrait

$$v = 2\sqrt{g(y-x)} = 2\sqrt{g\left(y-\frac{y}{m}\right)}$$
$$= 2\sqrt{gy\left(1-\frac{1}{m}\right)},$$

d'où l'on tire $m = \frac{4gy}{4gy - v^2}$. Mais comme d'après les §. (I et VI) $y = k = h\frac{\Delta}{\delta}$, il faut que

$$m = \frac{4gh\frac{\Delta}{\delta}}{4gh\frac{\Delta}{\delta} - v^2} \text{ et } v = 2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}\left(1-\frac{1}{m}\right)}.$$

§. VIII.

Comme il résulte du §. VI que $z = h(m-1)$, il s'en suit que

$$z = h\left\{\frac{4gh\frac{\Delta}{\delta}}{4gh\frac{\Delta}{\delta} - v^2} - 1\right\} = h\,\frac{v^2}{4gh\frac{\Delta}{\delta} - v^2}$$

et $v = 2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}\left(\frac{z}{h+z}\right)}$.

L'atmosphère pèse sur le piston avec une force qui fait équilibre à une colonne d'eau $= h$. L'air condensé presse sous le piston avec une force égale à une colonne d'eau $= h + z$, la résistance est donc due à la hauteur d'une colonne d'eau $= h + z - h = z$.

En appelant *P* cette résistance, et *A* la surface du piston, on a dans l'état de continuité

$P = Az$, et par la substitution de la valeur de z trouvée ci-dessus (§. VI), $P = A . h (m-1)$ $= Ah \frac{v^2}{4gh\frac{\Delta}{\delta} - v^2}$, exprimée en pieds cubes d'eau.

§. IX.

En supposant que (1) $h = 33^{\text{pieds}}$, $g = 15^{\text{pi.}},625$ mesure du Rhin, et $\frac{\delta}{\Delta} = \frac{1}{800}$, on obtiendra généralement pour m, z, v et P les valeurs suivantes :

$$m = \frac{1650000}{1650000 - v^2}; \quad z = \frac{v^2}{1650000 - v^2};$$

$$v = 1284{,}5 \sqrt{\frac{m-1}{m}}; \quad v = 184{,}5 \sqrt{\frac{z}{33+z}};$$

$$P = A \frac{33\, v^2}{1650000 - v^2}.$$

§. X.

Des dernières formules, §. VII et VIII, on ne peut tirer $v^2 = 4gh\frac{\Delta}{\delta}$, valeur qui appar-

(1) La hauteur du mercure dans le baromètre étant sujette à des variations continuelles, on pourrait, pour plus d'exactitude, introduire chaque fois la valeur de h donnée par le baromètre; mais comme la densité de l'air δ varie à peu près dans le même rapport, on peut sans inconvénient laisser ces deux termes. (*Note de l'Auteur*) (*a*).

(*a*) Il serait bon, pour avoir des valeurs métriques, de substituer $h = 10^{\text{m}},666$ et $g = 4^{\text{m}},898$. (*Note du Traducteur.*)

tient à u, qu'en supposant les valeurs de m et z,

$$m = \frac{4gh\frac{\Delta}{\delta}}{0} = \infty, \text{ et } z = h\frac{v^2}{0} = \infty$$

qui paraissent impossibles. En évaluant en mesures du Rhin la plus grande vitesse de l'air déterminée par l'expression $4gh\frac{\Delta}{\delta}$ avec laquelle il entre, dans un vide absolu, cette vitesse est de 1284,5 dans une seconde. Si de l'air condensé devait entrer dans l'atmosphère avec une vitesse de 1284 pieds, la valeur de m deviendrait $m = 1227$; donc la densité serait à peu près double de celle de l'eau, si toutefois ce résultat était possible, et la colonne d'eau qui ferait équilibre à celle de l'air condensé, devrait être de 40438 pieds ; de là suit cette première conséquence.

« L'air ne peut jamais être condensé à un tel » degré qu'il puisse entrer dans l'air commun » avec une vitesse égale à celle avec laquelle » l'air commun entrerait dans le vide ».

§. XI.

Si l'ouverture par laquelle l'air sort du cylindre est fermée par une soupape qui exige que l'air soit condensé à un certain degré avant de sortir, la question devient celle-ci : quel espace doit parcourir le piston dans le cylindre pour que l'air comprimé soulève la soupape ?

Soit $l =$ la distance du piston au fond s'il doit descendre, ou au couvercle s'il doit monter, $x =$ l'espace qu'il doit parcourir pour amener l'air à la densité demandée. Comme les densités sont en raison inverse des espaces, on a $l : l - x :: m\delta : \delta$, ainsi $l - x = \frac{l}{m}$ et $x = l\left(1 - \frac{l}{m}\right)$ (§. VI) : comme $m = \frac{h+z}{h}$, il s'en suit que $x = l\frac{z}{h+z}$.

Au commencement du mouvement du piston la résistance ira en augmentant comme la densité de l'air, jusqu'à ce que la soupape soit soulevée, alors le piston ayant parcouru l'espace x, il descendra jusqu'au fond avec une vitesse uniforme : cette vitesse sera à celle de l'air comme la surface de l'ouverture sera à celle du piston. Soit $c =$ la vitesse du piston, $v =$ la vitesse de l'air, f la surface de l'ouverture, et A celle du piston ; on aura jusqu'à la fin $c = v\frac{f}{A}$ et $v = c\frac{A}{f}$.

§. XII.

Les dernières formules supposent que l'air sort directement du soufflet dans l'atmosphère ; mais souvent on fait passer cet air dans un régulateur avant de le faire sortir, et dans ce régulateur l'air y éprouve une condensation exprimée par $m\,\delta$. De là suit cette question.

« Si l'air contenu dans le premier cylindre est » comprimé par la surface A du piston qui le » force à passer par une ouverture f, *fig.* 38, dans » un espace où il éprouve une compression con- » tinuelle $m\delta$, quelle résistance doit éprouver le » piston A? On suppose que l'air sort dans l'at- » mosphère par une ouverture a avec une vi- » tesse v ».

Solution. L'air qui passe par l'ouverture f, dans le régulateur, doit être plus condensé dans le cylindre. Si $\mu\delta =$ la densité de l'air dans le cylindre et $m\delta$ dans le régulateur, on aura $\mu\delta > m\delta$; si la densité de l'air dans le régulateur reste la même, la quantité qui entre par l'ouverture f doit être constante et égale à celle qui sort par l'ouverture a. Pour remplir ces conditions, si l'on fait u la vitesse de l'air par l'ouverture f, on aura $u : v :: am\delta : f\mu\delta$; de là $u = v.\frac{am}{f\mu}$, et $\mu = m\frac{av}{fu}$.

On peut considérer ce cas comme celui du §. VII ; dans lequel un fluide dense $\mu\delta$ passe dans un moins dense $m\delta$. La densité du dernier étant connue, on peut trouver celle du premier. Si l'on appelle x la hauteur du fluide le plus dense qui fait équilibre à celle du fluide le moins dense $= y$, on aura

$$x : y :: m\delta : \mu\delta \text{ et } x = y\frac{m}{\mu}.$$

La vitesse avec laquelle l'air passe de A en B dépendra de la hauteur $y - x$, et deviendra

$$u = 2\sqrt{g(y - x)} = 2\sqrt{gy\left(1 - \frac{m}{\mu}\right)}.$$

Si dans cette équation on rapporte pour μ sa valeur $\mu = m\frac{av}{fu}$, on aura

$$\mu = m\frac{av}{2f\sqrt{gy\left(1 - \frac{m}{\mu}\right)}}$$

$$\text{et } \mu\sqrt{1 - \frac{m}{\mu}} = m\frac{av}{2f\sqrt{gy}},$$

ou $\sqrt{\mu^2 - m\mu} = m\frac{av}{2f\sqrt{gy}}$, ou en complétant le carré et en extrayant la racine, on a $\mu = \frac{1}{2}m\left\{1+\sqrt{1+\frac{a^2v^2}{gy.f^2}}\right\}$ (1). Mais comme d'après le §. VII on a $m = \frac{4gy}{4gy-v^2}$, il s'en suit que $\mu = \frac{2gy}{4gy-v^2}\left\{1+\sqrt{1+\frac{a^2v^2}{gyf^2}}\right\}$, et parce que, §. VI, $y = h\frac{\Delta}{\delta}$, on a

$$\mu = \frac{2gh\frac{\Delta}{\delta}}{4gh\frac{\Delta}{\delta}-v^2}\left\{1+\sqrt{\frac{a^2v^2\delta}{ghf^2\Delta}+1}\right\}.$$

Appelant P la force qui s'oppose à la descente du piston, exprimée en pieds cubes d'eau, on a $P = Ah(\mu-1)$, §. VI, et après la transposition convenable

$$P = Ah\left\{\frac{v^2+2gh\frac{\Delta}{\delta}\left(\sqrt{\frac{a^2v^2\delta}{ghf^2\Delta}+1}\right)-1}{4gh\frac{\Delta}{\delta}-v^2}\right\},$$

(1) Si l'on a $\mu^2 - m\mu = m^2\frac{a^2v^2}{4f^2gy}$ en complétant le carré, on aura $\mu^2 - m\mu + \frac{1}{4}m^2 = m^2\frac{a^2v^2}{4gyf^2}+\frac{1}{4}m^2$, et en extrayant la racine

$\mu - \frac{1}{2}m = \pm\sqrt{\frac{1}{4}m^2\left(\frac{a^2v^2}{gyf^2}+1\right)}$, ou $\mu = \frac{1}{2}m \pm \frac{1}{2}m\sqrt{1+\left(\frac{a^2v^2}{gyf^2}\right)}$, et comme on doit ici faire usage du signe $+$ pour extraire la racine, on a

$$\mu = \frac{1}{2}m\left\{1+\sqrt{1+\frac{a^2v^2}{gyf^2}}\right\}.$$

et si c = la vitesse du piston dans la continuation de son mouvement, on a

$$P = Ah\left\{\frac{c^2\frac{A^2}{a^2}+2gh\frac{\Delta}{\delta}\left(\sqrt{\frac{c^2A^2\delta}{ghf^2\Delta}+1}\right)-1}{4gh\frac{\Delta}{\delta}-c^2\frac{A^2}{a^2}}\right\}.$$

§. XIII.

On voit par ce dernier paragraphe, que la différence entre la densité de l'air dans le cylindre et celle du régulateur, doit être d'autant plus considérable, que l'ouverture f est plus petite, et la perfection de la machine exige que l'on fasse cette ouverture assez large pour que la résistance soit la plus petite possible. L'exemple suivant fera voir combien cette résistance peut devenir considérable lorsque l'ouverture est trop petite.

Soit la vitesse avec laquelle l'air sort du tuyau $= v = 400^{pi}$; la gravité $g = 15^{pi},625$; la pression de l'atmosphère $h = 33^{pi}$; la densité de l'air $= \frac{\delta}{\Delta} = \frac{1}{800}$; la densité de l'air dans le réservoir $= m = 1,11034$; le diamètre de l'ouverture par laquelle l'air du cylindre entre dans le réservoir $= f = a$; la densité de l'air, d'après le paragraphe précédent, deviendra

$$\mu = \frac{1}{2}m\left\{1+\sqrt{1+\frac{400,400}{421500}}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}m\left(1+\frac{2391}{2029}\right) = 1,08206\,m.$$

La hauteur de la colonne d'eau correspondant à la densité $m\delta$, devient donc $z = 33(1,11034-1) = 33.(0,11034 = 3,64$ pieds de haut.

Et celle qui correspond à la densité $\mu\delta$ du cylindre, devient

$z = 33\,(1{,}201455 - 1) = 33\,(0{,}201455) = 6{,}645.$

La résistance dans ce cas est très-près d'être double de celle qui aurait lieu si la même masse d'air sortait directement du cylindre (1) avec la même vitesse.

§. XIV.

La question devient maintenant celle-ci : quelle grandeur doit avoir l'ouverture f pour qu'on puisse la négliger dans le calcul sans qu'il en résulte d'erreur sensible ? On a

$$\mu : m :: \tfrac{1}{2}\, m\left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2 a^2}{g y f^2}}\right) : m$$

$$:: 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2 a^2}{g.y.f^2}} : 2.$$

Il suit de là que si μ était égal à m, la fraction $\frac{v^2 a^2}{g y f^2}$ disparaîtrait, ce qui ne pourrait se faire que dans le cas où v ou a serait $= 0$, c'est-à-dire, s'il n'y avait aucune sortie d'air ; et dans ce cas la densité dans A serait égale à celle dans B : ce qui rendrait la grandeur de l'ouverture f indifférente ; mais comme il doit y avoir un courant d'air, a et v doivent avoir une

(1) On voit par-là quel est le vice des machines soufflantes très-communes en Prusse, lesquelles sont composées de trois soufflets mus par une même machine, et qui soufflent l'air par des buses étroites dans un régulateur. (*Note de l'Auteur.*)

une grandeur déterminée : on ne peut donc changer la fraction $\frac{v^2 a^2}{g y f^2}$ qu'en faisant varier f, et cette fraction disparaîtrait totalement si l'on faisait $f = \infty$: comme cette supposition est impossible, il faut faire f assez grande pour que le dénominateur soit beaucoup plus grand que le numérateur. Soit par exemple $\frac{v^2 a^2}{g y f^2} = \frac{1}{1000}$, on aura

$$\sqrt{1 + \frac{v^2 a^2}{g y f^2}} = \sqrt{1{,}001} = 1{,}0005,$$

et $\mu = \frac{1}{2}\, m\,(1 + 1{,}0005) = 1{,}0002\, m.$

Conséquemment m ne diffère pas de $\frac{2}{10000} = \frac{1}{5000}$ que l'on peut négliger, puisque cette différence n'augmente la colonne z que de quelques pouces. On peut, d'après ce principe, déterminer l'ouverture f la plus favorable pour des quantités données v et a.

On a $f^2 = 1000\, \frac{v^2 a^2}{g y} = v^2 a^2 \frac{1000}{412500} = \frac{v^2 a^2}{412{,}5}$, on en déduit $f = \frac{v a}{20{,}28}$ ou plus simplement $f = \frac{1}{20}\, v\, a$.

§. XV.

Comme l'ouverture f par laquelle l'air comprimé entre dans le régulateur doit avoir une soupape pesante qui ne s'ouvre qu'en partie pour qu'elle puisse se fermer promptement et que l'air ne retourne pas du régulateur dans le cylindre, il ne faut dans ce cas considérer l'ouverture de sortie de l'air que comme le quart de l'ouverture totale. Ainsi quelle que soit la largeur de f trouvée par le calcul, il faut que dans l'exécution elle soit quatre fois plus grande; de là $f = \frac{4}{20} v a = 0{,}2\, v a$, en supposant que la résistance pût être négligée, sans quoi on aurait

$$P = A h \left\{ \frac{v^2 + 2 g h \frac{\Delta}{\delta} \left(\sqrt{\frac{4 a^2 v^2 \delta}{g h f^2 \Delta}} + 1 \right) - 1}{4 g h \frac{\Delta}{\delta} - v^2} \right\}.$$

§. XVI.

La théorie du régulateur à piston est très-simple. Tout consiste en ceci, que le piston du régulateur doit être élevé pendant l'entrée de l'air du cylindre par toute la quantité qui excède celle qui est dépensée par la tuyère, et que cette élévation soit égale à l'abaissement qui a lieu pendant qu'il entre de nouvel air dans le cylindre, et que celui-ci cesse d'en envoyer dans le régulateur : abaissement occasionné par la continuation de la sortie de l'air du régulateur qui est supposé avoir une vitesse et une densité uniforme (1). Il est nécessaire que l'élévation commence avant que le piston du régulateur soit descendu jusqu'au fond pour que l'air sorte sans interruption. Il faut pour

(1) Le piston exerce un frottement dans ses mouvemens; ce frottement est tel, que le ressort de l'air en montant fait équilibre au poids plus le frottement, et en descendant au poids moins le frottement : il en résulte de là que dans le premier cas l'air est plus comprimé que dans le second. Mais lorsque le cylindre est bien alésé, le piston bien calibré, ces frottemens peuvent être négligés et le courant peut être considéré comme constant. (*Note de l'Auteur.*)

cela que la capacité du régulateur soit double au moins de celle du cylindre.

Comme le piston dans le régulateur est une masse lourde qui éprouve un frottement plus ou moins grand, son mouvement d'ascension et de descente éprouve quelques variations. Lorsque par le ressort de l'air entrant il a acquis de la vitesse en montant, il continue encore de monter, quoique l'air du cylindre cesse d'entrer : alors la densité de l'air diminuant par la continuité de sa sortie, le piston, par l'excès de son poids, tombe de quelques pouces, il comprime trop fortement l'air qui réagissant sur lui, le repousse et produit des oscillations dans sa marche, oscillations analogues à celles d'un ressort tendu quand on supprime la force qui exerçait sur lui son action. La détermination de ces oscillations exigerait l'usage d'une analyse extrêmement élevée; mais comme ces recherches et toutes celles qui sont d'une égale sublimité ne sont pas essentielles dans la pratique, et que l'on ne se propose dans cette dissertation que l'examen des cas les plus nécessaires à la théorie des soufflets cylindriques, je me contente de faire remarquer ce mouvement d'oscillation qu'on reconnaît au tremblement du bruit occasionné par la sortie de l'air par la tuyère (1).

(1) Comme ces oscillations, qui occasionnent de grandes secousses dans toutes les parties de la machine, et qui dérangent l'égalité du soufflet, sont plus considérables dans des cylindres d'un petit diamètre et dont le piston a un grand mouvement, on préfère en général des régulateurs d'un grand diamètre dans lesquels le piston ne parcourt qu'un très-petit espace. (*Note de l'Auteur.*)

§. XVII.

Lorsque la machine est bien ordonnée, que la montée et la descente du piston dans le cylindre se font dans des tems égaux, et que la vitesse de l'air sortant du régulateur est constante, ou ce qui est plus exact, qu'il sort toujours la même quantité d'air dans des tems égaux, alors en appelant $c =$ la vitesse du piston et $A =$ sa surface, on a dans chaque seconde $a\,v = \frac{1}{2} A\,c$, ou $a^2\,v^2 = \frac{1}{4} A^2\,c^2$ et $v^2 = c^2 \frac{A^2}{4a^2}$. Si l'on rapporte cette valeur à celle du §. XV, on aura pour l'action du soufflet cylindrique communiquant à un régulateur dans lequel sont des pistons,

$$P = A\,h \left\{ \frac{c^2 \frac{A^2}{4a^2} + 2\,g\,h \frac{\Delta}{\delta} \left(\sqrt{c^2 \frac{A^2 \delta}{f^2 g h \Delta} + 1} \right) - 1}{4\,g\,h \frac{\Delta}{\delta} - c^2 \frac{A^2}{4a^2}} \right\}.$$

Faisant $b =$ l'élévation totale du piston ; n le nombre de mouvemens qu'il fait dans une minute, alors la vitesse du piston $c = 2 \frac{n\,b}{60} = \frac{n\,b}{30}$, donc aussi

$$P = A\,h \left\{ \frac{\frac{n^2 b^2 A^2}{3600\; a^2} + 2\,g\,h \frac{\Delta}{\delta} \left(\sqrt{\frac{n^2 b^2 A^2 \delta}{900\, f^2\; g\,h\,\Delta} + 1} \right) - 1}{4\,g\,h \frac{\Delta}{\delta} - \frac{n^2\; b^2\; A^2}{3600\; a^2}} \right\}.$$

§. XVIII.

Lorsque l'air est chassé du cylindre dans une chambre à air d'une dimension constante, et

d'où il sort ensuite par une petite ouverture, cette chambre se remplit après un nombre déterminé de coups de piston, et à la fin de chaque coup la densité est égale à celle de l'air dans le cylindre moins la résistance de la soupape. Si l'on appel $\mu\,\delta$ cette densité, on aura, §. VIII,

$$\mu = 1 + \frac{P}{A\,h} = \frac{A\,h + P}{A\,h},$$

et la vitesse du vent en sortant devient

$$v = \sqrt{g\,h \frac{\Delta}{\delta} \cdot \frac{P}{A\,h + P}}.$$

Mais comme l'air cesse d'entrer dans le cylindre lorsque la soupape est fermée et que le réservoir continue à fournir de l'air, sa densité doit diminuer, et cette diminution est d'autant plus considérable que la chambre est plus petite. On conçoit, d'après cela, qu'il serait difficile d'obtenir une vitesse constante de sortie de l'air d'un pareil réservoir, parce que sa densité décroît depuis le moment où la soupape d'entrée de l'air se ferme jusqu'au moment où elle s'ouvre. Cependant comme il serait toujours possible d'obtenir, par un arrangement convenable, que la densité dans les deux limites extrêmes diffère très-peu, on obtiendrait par cet arrangement un courant dont la variation serait à peine remarquable. Tout se réduit à déterminer le tems qui doit s'écouler pendant la sortie de l'air, pour que la densité diminue dans un rapport donné.

Faisons $B =$ la capacité du réservoir dans lequel la plus grande densité de l'air $= \mu\,\delta$, faisons $m\,\delta =$ la densité lorsque l'air s'est écoulé par un petit orifice pendant un tems $= t$.

Solution. (I.) La masse d'air contenue dans le réservoir au moment où la soupape d'entrée se ferme $= B\mu$, en réduisant cet air à la densité extérieure ; la masse à la fin du tems t $= Bm$; donc il est sorti pendant ce tems une masse d'air $= B\mu - Bm$. Faisons cette quantité $= Q$, cela posé, il est clair que la masse d'air sortie pendant un tems $dt = dQ = d(B\mu - Bm) = -Bdm$.

Si la vitesse de l'air en passant par le trou est $= u$, à la fin du tems t, comme dans le tems dt infiniment petit, la densité et la vitesse ne changent pas, on aura $dQ = amu.dt$, et partant $amu.dt = -Bdm$. Mais d'après le (§. VII) on a

$$u = 2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}\left(\frac{m-1}{m}\right)};$$

il suit que,

$$2adt\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}(m^2-m)} = -Bdm;$$

et

$$\frac{2adt\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{B} = \frac{-dm}{\sqrt{m^2-m}},$$

enfin

$$\frac{2at\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{B} = -\int\frac{dm}{\sqrt{m^2-m}} + \text{constante}.$$

(II.) Faisons pour intégrer cette équation $m-\frac{1}{2} = x$, on aura $m^2 - m = x^2 - \frac{1}{4}$, et $dm = dx$, conséquemment

$$\frac{dm}{\sqrt{m^2-m}} = \frac{dx}{\sqrt{x^2-\frac{1}{4}}};$$

posons de plus $\sqrt{x^2-\frac{1}{4}} = y - x$, on aura $x^2 - \frac{1}{4} = y^2 - 2yx + x^2$, enfin $2yx = y^2 + \frac{1}{4}$ et $x = \frac{y^2+\frac{1}{4}}{2y}$; de là $y - x = \frac{y^2-\frac{1}{4}}{2y} = \sqrt{x^2-\frac{1}{4}}$).

Mais comme $2yx = y^2 + \frac{1}{4}$, il suit que $ydx + xdy = ydy$, ainsi

$$ydx + \frac{y^2+\frac{1}{4}}{2y^2}dy = ydy,$$

et

$$dx = dy - dy\left(\frac{y^2+\frac{1}{4}}{2y^2}\right) = dy\left(\frac{y^2-\frac{1}{4}}{2y^2}\right),$$

ainsi

$$\frac{dx}{\sqrt{x^2-\frac{1}{4}}} = \frac{dy\left(\frac{y^2-\frac{1}{4}}{2y^2}\right)}{\frac{y^2-\frac{1}{4}}{2y}} = \frac{dy}{y}.$$

(III.) Comme on sait que la différentielle d'une grandeur variable, divisée par cette grandeur, est égale à la différentielle du logarithme naturel, on a (I)

$$\frac{2at\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{B} = -\log.y + \text{const.}:$$

mais on a (II)

$$y = x + \sqrt{x^2-\frac{1}{4}} = m - \frac{1}{2} + \sqrt{m^2-m};$$

il suit de là que

$$\frac{2at\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{B} = \text{const.} - \log.(m - \tfrac{1}{2} + \sqrt{m^2-m}).$$

Et comme pour $t = o$ on a $\mu = m$, et que $x = \mu - \frac{1}{2}$, on doit avoir

const. $-\log.(\mu-\frac{1}{2}+\sqrt{\mu^2-\mu})=o$,
et const. $=\log.(\mu-\frac{1}{2}+\sqrt{\mu^2-\mu})$,
donc

$$\frac{2at+\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{B}=\log.(\mu-\tfrac{1}{2}+\sqrt{\mu^2-\mu})$$

$$-\log.(m-\tfrac{1}{2}+\sqrt{m^2-m})=\log.\left\{\frac{\mu-\frac{1}{2}+\sqrt{\mu^2-\mu}}{m-\frac{1}{2}+\sqrt{m^2-m}}\right\},$$

de là on déduit enfin

$$t=\frac{B}{2a\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}})}.\log.\left\{\frac{\mu-\frac{1}{2}+\sqrt{\mu^2-\mu}}{m-\frac{1}{2}+\sqrt{m^2-m}}\right\}.$$

§. XIX.

Si l'on fait dans cette équation $m=1$, on aura le tems écoulé jusqu'au moment où la densité de l'air intérieur devient égal à celui de l'air extérieur, conséquemment le soufflet cesse, alors

$$t=\frac{B}{2a\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}.\log.(2\mu-1+2\sqrt{\mu^2-\mu}).$$

§. XX.

En faisant les densités μ, m correspondant aux colonnes d'eau z et β, on aura $\mu=\frac{h+z}{h}$ et $m=\frac{h+\beta}{h}$; de là l'équation §. XVIII deviendra

$$t=\frac{B}{2a\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}.\log.\left\{\frac{\frac{1}{2}h+z+\sqrt{z^2+hz}}{\frac{1}{2}h+\beta+\sqrt{\beta^2+h\beta}}\right\},$$

et comme le tems où la sortie de l'air cesse donne $\beta=o$, on aura

$$t=\frac{B}{2a\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}.\log.\left(\frac{\frac{1}{2}h+z+\sqrt{z^2+hz}}{\frac{1}{2}h}\right).$$

§. XXI.

Ayant déterminé la quantité μ, m, ou z et β et le tems t pendant lequel la soupape reste fermée, on peut trouver la capacité du réservoir par cette formule :

$$B=\frac{2at\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{\log.\left\{\frac{\mu-\frac{1}{2}+\sqrt{\mu^2-\mu}}{m-\frac{1}{2}+\sqrt{m^2-m}}\right\}}=\frac{2at\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{\log.\left\{\frac{\frac{1}{2}h+z+\sqrt{z^2+hz}}{\frac{1}{2}h+\beta+\sqrt{\beta^2+h\beta}}\right\}}.$$

Soit par exemple $a=\frac{1}{30}$ pied carré ; $t=5$ secondes ; $2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}=1285$, mesure du Rhin ; $h=33$; $z=5$; $\beta=4,8$, on aura

$$\frac{\frac{1}{2}h+z+\sqrt{z^2+hz}}{\frac{1}{2}h+\beta+\sqrt{\beta^2+h\beta}}=\frac{21,50+\sqrt{190}}{21,13+\sqrt{181,44}}=\frac{35,28}{34,76}.$$

Le logarithme de $35,28=1,547528$, celui de $34,76=1,541079$, ainsi

$$\log.\frac{35,28}{34,76}=2,302585\times0,006449=0,01484937,$$

de là

$$B=\frac{2\,.\,\frac{1}{30}\,.\,5\,.\,1285}{0,01484937}=\frac{1285}{0,04454811}=28845,2 \text{ pieds cubes.}$$

Ainsi les dimensions d'une chambre à vent de laquelle il sortirait constamment un courant d'air dont la densité varirait entre une pression de 5 pieds d'eau et une de $4^p,8$ ou $4^p 9^o,6$, pourraient être de 96 pieds de long, 20 pieds de large et 15 pieds de hauteur (1).

§. XXII.

Le régulateur à eau ressemble beaucoup au réservoir à piston : la surface de l'eau, qui comprime l'air intérieur pendant que la soupape d'entrée est fermée, force l'air à sortir, et par cette sortie, la densité de la masse diminue et conséquemment la vitesse de l'air sortant ; la pression est exprimée par la différence des niveaux de l'eau extérieure et intérieure. Cette colonne augmente lorsque l'air entre, elle diminue lorsqu'il n'en entre plus et pendant qu'il continue à en sortir. Il faut pour que la différence dans la pression soit insensible, que ce régulateur ait des proportions et des dimensions particulières ; ce qui nous conduit à examiner les propositions suivantes.

Dans le vase prismatique $ABCD$, *fig.* 39, et qui est rempli d'eau jusqu'à rs, soit placé un

---

(1) Ce calcul prouve que le régulateur dont les dimensions sont invariables, doit être extrêmement grand, lorsque toutefois l'air qui lui arrive n'est fourni que par un seul cylindre mu par une machine à vapeur : mais si l'air est fourni par un cylindre à double effet, où l'intervalle de l'entrée de l'air ne dure pas plus d'une seconde, le volume peut être réduit à un cinquième, et encore dans cette circonstance on comprend dans le volume celui des conduits qui portent l'air au fourneau. (*Note de l'Auteur.*)

autre petit vase prismatique renversé $EFGH$, rempli d'air jusqu'à ik; que la densité de cet air soit à celle de l'air commun $:: \mu : 1$; que la hauteur d'eau correspondant à cette densité soit $ci = z$, on demande quel sera le tems t pendant lequel l'air doit s'écouler par une ouverture a, pour que la densité de l'air intérieur devienne $= m$.

Solution. Soit la surface intérieure du petit vase $EFGH = A$; la surface de l'eau extérieure $crsc = B$; la hauteur cF au-dessus du fond du vase $= q$; la distance Fi de la surface intérieure au même fond $= b$; la distance Ff de la nouvelle surface après le tems $t = x$; la hauteur eF à laquelle l'eau s'abaisse dans le même tems $= y$; et la vitesse de l'air en sortant par l'ouverture $a = u$.

(I.) Dans une partie infiniment petite du tems t, il sort du vase $EFGH$, par l'ouverture a, une petite masse d'air dont le volume est $audt$; mais dans le même tems la surface intérieure de l'eau s'élève d'une quantité dx, ce qui donne lieu à cette équation $audt = Adx$; mais

$$u = 2\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}\left(\frac{m-1}{m}\right)},\ (\text{§. VII}).$$

Ainsi l'on a

$$\frac{2adt\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{A} = \frac{m^{\frac{1}{2}}dx}{\sqrt{m-1}}.$$

(II.) Comme la masse d'eau reste toujours la même, et qu'elle est remontée du dehors dans le régulateur, le volume extérieur doit être baissé d'autant; de là $B \times ce = A \times if$; mais $ce = cF - eF = q - y$, et $iF = Ff - Fi = x - b$; il s'en suit que $B(q-y) = A(x-b)$, et $By + Ax = Bq + Ab$, et $y = \frac{Bq + Ab - Ax}{B}$.

A la fin du tems t la hauteur de la colonne d'eau est $ef = Fe - Ff = y - x$; de même

$$m = \frac{h + y - x}{h}, \text{ et } x = y - h(m-1)$$
$$= \frac{Bq + Ab - Ax}{B} - h(m-1).$$

Ainsi

$$Bx + Ax = Bq + Ab - Bh(m-1),$$

donc

$$x = \frac{Bq + Ab - Bh(m-1)}{A+B}, \text{ et } dx = dm\frac{Bh}{A+B}.$$

Si l'on introduit cette valeur de dx dans l'équation du (§. I), on aura

$$\frac{2adt\sqrt{gh\frac{\Delta}{\delta}}}{A} = \frac{-m^{\frac{1}{2}}dm}{\sqrt{m-1}}\left(\frac{Bh}{A+B}\right)$$

ou

$$2adt\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}\left(\frac{A+B}{AB}\right) = \frac{-m^{\frac{1}{2}}dm}{\sqrt{m-1}}.$$

Ainsi

$$2at\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}\left(\frac{A+B}{AB}\right) = -\int m^{\frac{1}{2}}dm(m-1)^{-\frac{1}{2}} + \text{const.}$$

(III.) Pour intégrer cette équation, faisons

$m - 1 = y^2$, on aura $m = y^2 + 1$, et $dm = 2ydy$, conséquemment

$$\frac{m^{\frac{1}{2}}dm}{\sqrt{m-1}} = \frac{(y^2+1)^{\frac{1}{2}}.2ydy}{y} = 2dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}};$$

ainsi

$$2dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}} = dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}} + dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}}$$
$$= dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}} + \frac{dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}}}{(y^2+1)^{\frac{1}{2}}};$$

en intégrant on a

$$\int\left\{dy(y^2+1)^{\frac{1}{3}} + y^2dy(y^2+1)^{-\frac{1}{2}}\right\}$$
$$+ \int dy(y^2+1)^{-\frac{1}{2}};$$

mais l'intégrale de la première partie est

$$\int dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}} + y^2dy(y^2+1)^{-\frac{1}{2}},$$
$$= y\sqrt{y^2+1},$$

et celle de la seconde partie est de

$$\int dy(y^2+1)^{-\frac{1}{2}} = \log.\left(y + \sqrt{y^2+1}\right);$$

l'intégrale complète devient donc

$$\int 2dy(y^2+1)^{\frac{1}{2}} = y\sqrt{y^2+1}$$
$$+ \log.\left(y + \sqrt{y^2+1}\right).$$

(IV.) Si l'on substitue maintenant pour y et $y^2 + 1$ leur valeur $\sqrt{m-1}$ et m, on aura

$$\int \frac{m^{\frac{1}{2}}\, dm}{\sqrt{m-1}} = \sqrt{m-1}\sqrt{m} + \log.\,(\sqrt{m-1}+\sqrt{m}).$$
$$= \sqrt{m^2-m} + \log.\,(\sqrt{m}+\sqrt{m-1}),$$

conséquemment selon (II)

$$\frac{2at\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}\,)\,A+B}{AB} = C - \sqrt{m^2-m} - \log.\,(\sqrt{m}+\sqrt{m-1}).$$

Si l'on fait maintenant $t = o$, on a $m = \mu$, et l'on obtient

$$\text{const.} = \sqrt{\mu^2-m} + \log.\,(\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}),$$

enfin

$$\frac{2at\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}\,(A+B)}{AB} =$$
$$\sqrt{\mu^2-\mu} + \log.\,(\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}) - \sqrt{m^2-m}$$
$$- \log.\,(\sqrt{m}+\sqrt{m-1})$$
$$= \sqrt{\mu^2-\mu} - \sqrt{m^2-m} + \log.\left\{\frac{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}}{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}\right\},$$

d'où il suit que

$$t = \frac{BA}{(A+B)\,2a\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}\Bigg)$$
$$\times\left\{\sqrt{\mu^2-\mu} - \sqrt{m^2-m} + \log.\left\{\frac{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}}{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}\right\}\right\}.$$

§. XXIII.

Si l'on fait dans la dernière équation $m = 1$, on aura le tems dans lequel l'air s'écoule entièrement

$$t = \frac{AB}{(A+B)\,2a\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}\cdot\left\{\sqrt{\mu^2-\mu}\right) + \log.\,(\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1})\}.$$

§. XXIV.

Si l'on suppose les hauteurs des colonnes d'eau ci, $ef = z$ et β, l'équation (§. XXII) devient

$$t = \frac{AB}{(A+B)\,2a\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}$$
$$\times\left\{\frac{\sqrt{z^2+hz}-\sqrt{\beta^2-h\beta}}{h} + \log.\left\{\frac{\sqrt{h+z}+\sqrt{z}}{\sqrt{h+\beta}+\sqrt{\beta}}\right)\right\},$$

et comme quand $m = 1$, $\beta = o$

$$t = \frac{A\,.\,B}{(A+B)\,2a\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}\left\{\frac{\sqrt{z^2+hz}}{h} + \log.\left\{\frac{\sqrt{h+z}+\sqrt{z}}{\sqrt{h}}\right)\right\}.$$

§. XXV.

Dans la supposition où l'on connaîtrait le tems t pendant lequel la soupape est fermée, ainsi que les densités μ et m qui ont lieu au commencement et à la fin, on déduirait les surfaces A et B de cette équation,

$$A = \frac{2at\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}{\sqrt{\mu^2-\mu}-\sqrt{m^2-m}+\log.\left\{\frac{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}}{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}\right\}-\frac{2at}{B}\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}\Big\}};$$

si l'on fait $A = B$, l'équation devient

$$t = \frac{A\sqrt{h\delta}}{4a\sqrt{g\Delta}}\left\{\sqrt{\mu^2-\mu}-\sqrt{m^2-m}+\log.\left(\frac{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}}{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}\right)\right\}$$

et

$$A = B = \frac{4at\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}{\sqrt{\mu^2-\mu}-\sqrt{m^2-m}+\log.\left\{\frac{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu-1}}{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}\right\}}.$$

§. XXVI.

Comme (§. VI) $\mu = \frac{h+z}{h}$ et $m = \frac{h+\beta}{h}$, si l'on substitue ces valeurs dans l'équation précédente, on a

$$A = B = \frac{4at\sqrt{\frac{g\Delta}{h\delta}}}{\frac{\sqrt{z^2+hz}-\sqrt{\beta^2+h\beta}}{h}+\log.\left\{\frac{\sqrt{h+z}+\sqrt{z}}{\sqrt{h+\beta}+\sqrt{\beta}}\right\}}$$

$$= \frac{4at\sqrt{\frac{g\Delta}{\delta}}}{\sqrt{z^2+hz}-\sqrt{\beta^2+h\beta}+h\log.\left\{\frac{\sqrt{hz+z}+\sqrt{z}}{\sqrt{h\beta+\beta}+\sqrt{\beta}}\right\}}.$$

Si l'on fait ici comme (§. XXI) $a = \frac{1}{30}$ pied carré ; $t = 5$ secondes ; $\sqrt{\frac{gh\Delta}{\delta}} = 642,5$, mesure du

Rhin ; $h = 33$; $z = 5$; $\beta = 4,8$, on aura

$\sqrt{z^2+hz} = \sqrt{190} = 13,784$;

$\sqrt{\beta^2+h\beta} = \sqrt{181,44} = 13,466$;

$\sqrt{h+z}+\sqrt{z} = 6,172 + 2,236 = 8,408$;

$\sqrt{h+\beta}+\sqrt{\beta} = 6,147 + 2,190 = 8,337$;

d'où l'on tire

$$A = B = \frac{4 \times \frac{1}{30} \times 5 \times 642,5}{13,784 - 13,466 + 33 \log.\left\{\frac{8,408}{8,337}\right\}}$$

$$= \frac{428,333}{0,318 + 33\,(\log.8,408 - \log.8,337)}.$$

Mais log. tab. de $8,408 = 0,92469$, et log. $8,337 = 0,92100$; ainsi log. hyp, de $8,408 = 2,302585 \times 0,92469 = 2,12917732$, de même log. $8,337 = 2,302585 \times 0,92100 = 2,12068078$; de là on conclut

$$A = B = \frac{428,333}{0,318 + 33\,(0,00849654} = \frac{428,333}{0,59838582} = 715,8$$

pieds carrés, et en nombre rond 716 pieds

Ainsi la caisse intérieure doit avoir 40 pieds de long, $17\frac{3}{4}$ de large ; elle doit avoir 7 pieds de hauteur (1) pour que l'air qui s'y lance puisse être comprimé de 5 pieds, et qu'il y ait un pied de la caisse au-dessous du niveau in-

(1) Le volume de cette caisse sera de $716 \times 7 = 5012$ pieds cubes, et le courant dans ces sortes de caisses sera aussi uniforme que celui d'une chambre d'un volume invariable, et dont la capacité serait de 28845 pieds cubes, ou 5 à 6 fois plus grande. On peut y comparer le calcul, etc. (§. XXI). (*Note de l'Auteur.*)

férieur et un pied au-dessus du niveau supérieur. La caisse extérieure doit avoir 51 pieds de long sur 28 $\frac{3}{4}$ de large, afin qu'il y ait 5 pieds $\frac{1}{2}$ de libre autour de la caisse intérieure, et elle peut avoir un pied de hauteur de plus que cette dernière.

§. XXVII.

Pour obtenir le plus grand effet d'une machine soufflante, il faut éviter avec soin qu'il reste aucun espace entre le fond du cylindre et la surface du piston lorsqu'il est descendu. Soit $ABCD$, *fig.* 40, un cylindre avec son piston AD; qu'il y ait au fond une ouverture a, fermée d'une soupape qui ne s'ouvre que lorsque l'air est condensé dans le cylindre au degré $\mu\delta$, c'est-à-dire, qu'au moment où le piston élevé en A est descendu en MN; que la longueur du chemin qu'il parcourt soit AO, et telle, qu'il reste dans le fond l'espace nuisible $OBCP$. Comme les volumes des masses égales, de fluide égal, sont en raison inverse de leur densité, on aura $MB : AB :: \delta : \mu\delta$, donc $MB = AB\,\frac{1}{\mu}$.

Si l'on fait la surface du piston $= A$, la longueur de l'espace qu'il parcourt $AO = b$, la longueur totale du cylindre $AB = l$, et la quantité de l'air condensé chassé par le piston $= K$, on aura $K = A\,.\,MO = A(b - AM)$; mais

$$AM = AB - MB = AB - AB\,\frac{1}{\mu} = l\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right),$$

donc $K = A\left(b - l\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right)\right)$.

Faisons maintenant $l = AO + OB$, et faisons la hauteur de l'espace nuisible $OB = s$, aurons

$$l = b + s\text{, de là } K = A\left(b - (b+s)\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right)\right)$$

$$= A\left\{\frac{b}{\mu} - s)\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right)\right\} = A\,\frac{b - s(\mu-1)}{\mu}.$$

Cette masse d'air réduite à sa densité naturelle, devient $K\mu = A(b - s(\mu - 1)$; d'où il suit qu'il n'y a que le cas seul de $s = o$, où la quantité d'air chassé $= Ab$, c'est-à-dire, lorsque le piston va jusqu'au fond du cylindre; dans les autres cas il y a d'autant plus d'air perdu à chaque coup de piston, que l'espace est plus considérable et que l'air est plus comprimé.

§. XXVIII.

Proposition. Etant donné la quantité d'air qui doit être fournie dans chaque seconde $= Q$; le nombre des cylindres qui fournissent l'air $= N$; l'espace ou la hauteur que le piston parcourt dans une minute $= n$, on demande les dimensions des cylindres qui doivent fournir cet air.

Solution. Soit K la quantité d'air de densité naturelle qui sort de chaque cylindre pendant le mouvement du piston; la quantité sortie dans une minute $= NnK$; ainsi il sortirait dans chaque seconde une quantité constante et uniforme d'air $= \frac{NnK}{60}$ pieds cubes, de là $K = \frac{60\,Q}{Nn}$; et si l'on suppose que dans chaque mouvement le piston touche le fond du cylindre, on aura (§. XXVII) $K = Ab$, conséquemment $A = 60 \frac{Q}{bNn}$, et $b = 60 \frac{Q}{ANn}$.

Si l'on suppose maintenant que tous les cylindres aient les mêmes dimensions, et que l'on fasse leur diamètre $= D$, on aura

$$A = 0{,}785 \ldots\ldots D^2;$$

ainsi

$$D = \sqrt{1{,}273 \ldots A} = \sqrt{1{,}273 \times 60 \frac{Q}{bNn}}$$
$$= \sqrt{76{,}38 \frac{Q}{bNn}}.$$

On peut de même, d'une manière inverse, déterminer la quantité d'air qui sort dans chaque seconde, en supposant connues toutes les dimensions de la machine ; car on a

$$Q = \frac{0{,}785\, l^2 \times bNn}{60} = 0{,}01308 \,.\, D^2 .\, bNn \text{ (1)}.$$

A Caron en Ecosse, par exemple, la disposition de la machine est telle, que $D = 4{,}5$; $b = 4$; $n = 6$, et $N = 4$; de là on déduit

$$Q = 0{,}01308 \times (4{,}5)^2 . 4 . 6 . 4 = 0{,}01308 \times 1944$$
$$= 25{,}42,$$

près de $25^p \frac{1}{2}$ pieds cubes par seconde ; la quantité obtenue est un peu moins considérable à cause de l'inertie des soupapes et de la variation de leur mouvement.

(1) Dans le cas des cylindres à double effet (*voy*. ch. VIII), ou de ceux à deux pistons qui se meuvent en sens contraire (chap. IX), il faut mettre dans cette formule 2 N au lieu de N. (*Note de l'Auteur.*)

§. XXIX.

Le frottement dans les soufflets cylindriques est peu considérable, si on le compare à celui que les ressorts occasionnent dans les soufflets de bois. Il est extrêmement difficile d'indiquer à l'avance la valeur de cette résistance, qui dépend de l'exactitude de la construction et de la perfection de l'alésement. Cependant les Anglais estiment ce frottement, lorsque la machine est bien faite, à une livre anglaise par chaque pouce anglais de diamètre (1). Comme on craint de se servir de matière liquide, conséquemment de graisse, pour diminuer le frottement, on emploie avec succès la plombagine, laquelle agissant à la manière des graisses, ne diminue pas seulement le frottement, mais encore conserve les cuirs et remplit tous les vides qui ont été laissés ou formés sur la surface intérieure des cylindres.

§. XXX.

En construisant un soufflet cylindrique avec une telle perfection que la densité de l'air

(1) Il faut supposer que les cylindres ont été bien calibrés avec des alésoirs, parce que s'ils n'étaient pas parfaitement cylindriques et unis, il y aurait une résistance 20 fois plus forte. On peut avec assurance compter pour la résistance 2 à $3^{\#}$ par chaque pouce de diamètre. (*Note de l'Auteur.*)

contenu soit invariable et $= m\delta$ (1), et la vitesse du vent également constante $= v$, la question qui se présente est celle-ci : quelle est la grandeur de l'effet propre à la machine ?

Soit $Q =$ la quantité sortie dans une seconde et réduite à la densité de l'air atmosphérique, on a, d'après la dernière détermination,

$$Q = a v m = a c \frac{A}{a} m = A c m.$$

Mais comme $P = A h \frac{v^2}{4 g h \frac{\Delta}{\delta} - v^2}$ (§. VIII),

on aura

$$A = \frac{P}{h v^2}\left(4 g h \frac{\Delta}{\delta} - v^2\right)$$

et

$$Q = \frac{P c}{h v^2}\left(4 g h \frac{\Delta}{\delta} - v^2\right) m.$$

Mais (§. VII) $m = \frac{4 g h \, \delta}{4 g h \frac{\Delta}{\delta} - v^2}$,

il s'en suit que

$$Q = \frac{P c}{h v^2}\left(4 g h \frac{\Delta}{\delta} = \left(4 g \frac{\Delta}{\delta}\right) . \left(\frac{P . c}{v^2}\right)\right.$$

et $P c = \frac{Q \delta v^2}{4 g \Delta}$.

---

(1) Il faut, dans les régulateurs à eau comme dans les grands réservoirs d'air, mettre à la place de $m\delta$, la demi-forme de $\mu\delta$ et $m\delta$, donc $\frac{\mu\delta + m\delta}{2}$. (*Note de l'Auteur.*)

Faisons pour plus de simplicité $4 g = 64$; $\frac{\delta}{\Delta} = \frac{1}{800}$, on a généralement $P c = \frac{Q v^2}{51200}$.

Dans les machines simples ou composées, il existe ou un seul ou plusieurs pistons en activité. Il faut pour simplifier le calcul réduire les effets au mouvement d'un seul piston avec une vitesse $= c$.

On a déterminé dans le dernier résultat la masse de l'air lancée ainsi que sa vitesse, sans avoir égard à la résistance du piston, au poids de la soupape, ni aux autres frottemens. On voit que dans ce résultat la force nécessaire est proportionnelle à la masse de l'air sortie et au carré de sa vitesse en sortant.

§. XXXI.

Puisque $Q = A c m$, il s'en suit que $A = \frac{Q}{c m}$. Introduisant cette valeur de A dans la formule (§. VIII) où l'on a $P = A h (m - 1)$, on a $P = \frac{Q h}{c}\left(\frac{m - 1}{m}\right)$, de là $P c = Q h \left(\frac{m - 1}{m}\right)$.

Mais comme on a aussi (§. VI) $m = \left(\frac{h + \zeta}{h}\right)$, substituant cette valeur de m dans la formule précédente, on a $P c = Q h \left(\frac{\zeta}{h + \zeta}\right)$.

On peut ainsi, indépendamment des résultats des paragraphes précédens, trouver, à l'aide de deux formules très-simples, le moment de la force nécessaire pour souffler l'air, si la quantité Q d'air qui doit sortir dans chaque seconde, ainsi que le coefficient de la densité m ou la hauteur de la colonne d'eau z qui lui fait équilibre, sont connus. On peut de même, si le moment de la force est donné, trouver les grandeurs Q, v, m, z par le calcul, car on a

$$Q=\frac{Pc}{v^2}\cdot 4g\frac{\Delta}{\delta}\ldots Q=Pc\frac{m}{h(m-1)}\ldots Q=Pc\frac{h+z}{hz},$$

$$v=2\sqrt{\frac{Pc}{Q}g\frac{\Delta}{\delta}}\ldots m=\frac{Qh}{Qh-Pc}\ldots z=\frac{Pch}{Qh-Pc}.$$

§. XXXII.

PROBLÈME. La quantité d'air Q que la machine doit produire par seconde étant connue, ainsi que la surface de l'ouverture a par laquelle l'air sort avec une vitesse uniforme, on demande l'expression générale du moment de la force Pc nécessaire pour faire mouvoir les soufflets?

SOLUTION. Puisque $Q=avm$, il s'en suit que $v=\frac{Q}{am}$ et $v^2=\frac{Q^2}{a^2m^2}$.

Mais on a aussi

$$v^2=4gh\frac{\Delta}{\delta}\left(1-\frac{1}{m}\right),$$

donc

$$\frac{Q^2}{a^2m^2}=4gh\frac{\Delta}{\delta}\left(1-\frac{1}{m}\right);$$

et

$$Q^2=4gh\frac{\Delta}{\delta}a^2.m^2\left(1-\frac{1}{m}\right)$$
$$=4gh\frac{\Delta}{\delta}a^2(m^2-m).$$

Ainsi $m^2-m=\frac{Q^2\delta}{4gh\Delta a^2}$; en complétant le carré $m^2-m+\frac{1}{4}=\frac{Q^2\delta}{a^2 4gh\Delta}+\frac{1}{4}$, et $m-\frac{1}{2}=+\sqrt{\frac{Q^2\delta}{a^2 4gh\Delta}+\frac{1}{4}}$; donc

$$m=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{Q^2\delta}{a^2 4gh\Delta}+\frac{1}{4}}.$$

Mettant cette valeur de m dans la formule de l'article précédent, où $Pc=Qh\left(\frac{m-1}{m}\right)$, on obtient

$$Pc=Qh\left\{\frac{\sqrt{\frac{Q^2\delta}{a^2\cdot 4gh\Delta}+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{Q^2\delta}{a^2\cdot 4gh\Delta}+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2}}\right\}.$$

Soit d'après cela $h=33$; $Q=30$ pieds cubes; $a=\frac{1}{30}$ pied carré; $4.g.h.\frac{\Delta}{\delta}=4\times 64\times 33\times 800=6758400$, mesure du Rhin, on aura

$$\sqrt{\frac{Q^2\delta}{a^2 4gh\Delta}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{900}{\frac{1}{900}\times 6758400}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{810000}{6758400}+\frac{1}{4}},$$

en ajoutant les deux fractions réduites au même dénominateur

$$=\frac{\sqrt{99984}}{\sqrt{270336}}=\frac{3161}{5199}=0,60801;$$

d'où il suit que

$$Pc=33\times 30\times\frac{0,60801-0,5}{0,60801+0,5}=990\,\frac{0,10801}{1,10801}$$
$$=\frac{106,9299}{1,10801}=96,5.$$

glais, où l'on ne brûle que du charbon de houille, l'air des régulateurs est comprimé par une colonne d'eau de 5, 6 et quelquefois de 7 pieds, et le piston est ordinairement chargé de $2^{\#}$ à $2^{\#}\frac{1}{2}$ par pouces carrés de superficie, tandis que pour les hauts fourneaux d'Allemagne, beaucoup moins élevés, l'air des régulateurs n'est comprimé que par une colonne d'eau de 3 pieds, et chaque pouce carré du piston n'est chargé que du poids d'une livre, quelquefois de $\frac{3}{4}$ de livre.

ADDITION.

Méthode-pratique pour tracer la courbure des cames qui font mouvoir les pistons des machines soufflantes.

Comme la vitesse du vent doit toujours être dans un rapport exact avec celle du piston, on conçoit que lorsque sa sortie doit être uniforme, le mouvement du piston doit l'être également, afin que l'air puisse parvenir dans le conduit avec une vitesse constante. Mais comme le piston qui a deux mouvemens, l'un d'ascension et l'autre de descente, emploie l'un à aspirer l'air, et l'autre à l'expirer, il faut, pour que le courant n'éprouve aucune altération, que l'un des pistons se meuve pour expirer l'air au moment où l'autre se meut pour l'aspirer. Si l'air était comme l'eau sans élasticité sensible, et que les pistons eussent les mouvemens exactement alternatifs que nous

venons d'indiquer, il s'écoulerait sans intervalle et sans interruption. Mais comme l'air aspiré doit avoir au plus une densité égale à celle de l'air atmosphérique, et qu'il faut pour qu'il puisse sortir qu'il ait une plus grande densité, il faut que le piston se soit déjà mû dans la direction propre à l'expiration (1) avant que l'autre cesse d'expirer, pour que le courant d'air soit continu : de là suivent les deux conditions essentielles dans la marche de ces sortes de machines.

1°. Que le mouvement du piston aspirant soit plus vif que celui du piston expirant.

2°. Que chaque piston doit se mouvoir au commencement et à la fin de la course, de manière à ce qu'ils expirent de l'air ensemble dans un moment très-court.

Pour que l'air puisse sortir avec une vitesse uniforme par l'ouverture de la buse, il faut qu'il éprouve toujours la même pression, de là que le mécanisme qui fait mouvoir les pistons soit tellement ordonné,

1°. Que chaque piston lorsqu'il comprime seul l'air pour l'expirer, doit avoir une vitesse par-

---

(1) Le piston doit parcourir l'espace $x = l\left(\frac{m-1}{m}\right) = l\left(\frac{z}{h+z}\right)$ avant que la soupape ne s'ouvre (§. XI), l étant l'élévation du piston au-dessus du fond du cylindre, si $m =$ le coefficient de la densité ou $z =$ la hauteur de la colonne qui s'ajoute à celle de la compression extérieure dont la hauteur $= h$.

faitement uniforme, c'est-à-dire, qu'il parcourt des espaces égaux dans des tems égaux.

2°. Qu'au commencement ou à la fin de chaque expiration, lorsqu'ils agissent ensemble, la pression sur l'air reste la même et comme s'il n'existait qu'une seule pression.

La vitesse doit donc être augmentée au commencement de son mouvement pour expirer l'air, puis uniforme pendant la durée presque entière de son action, et elle doit diminuer vers la fin.

C'est dans les moyens d'obtenir ces trois mouvemens aux trois époques différentes, que consiste principalement la question relative à la nature ou à la forme de la courbure la plus favorable aux cames des machines soufflantes; et il est facile de conclure que la forme qui doit satisfaire à cette question, n'est ni une cycloïde, ni une épicycloïde, ni une ligne spirale hyperbolique, ni un cercle excentrique, ni aucune des courbes connues. On a, à la vérité, recommandé et même employé ces diverses courbes, mais jamais on n'a pu par ces moyens obtenir un souffle uniforme et continu. Toujours on a été obligé d'ajouter un troisième cylindre soufflant aux deux qui existaient, ou de les faire communiquer avec un régulateur.

On peut cependant obtenir un courant d'air uniforme et constant avec deux seuls cylindres, en faisant usage des cames dont nous allons faire connaître la construction.

Sur une table de bois de tilleul ou de sapin,

blanchie à l'huile ou à la colle, formée de grandes planches bien unies et bien dressées, on trace la *fig.* 41. Pour cela du point M, on trace de grandeur naturelle le cercle $M\,8\,u\,8$, tel qu'il touche le point le plus bas du soufflet, et dans l'intérieur de ce cercle l'octogone $m\,n\,o\,p\,q\,r\,s\,t$, par le centre et chacun des angles de l'octogone, on mène des rayons. Sur le rayon $M\,m$ prolongé, on porte une longueur $8\,A$ égale à l'élévation que l'on veut donner au piston, et avec le rayon MA, on décrit le cercle $A\,B\,C\,D$, que l'on divise en 8 parties égales en le faisant rencontrer par les droites $M\,m$, $M\,n$, $M\,o$, $M\,p$, $M\,q$, $M\,r$, $M\,s$, $M\,s$, $M\,t$ prolongées. Chaque huitième partie de l'arc $A\,\beta$, $\beta\,B$, $\beta\,\phi$, $\phi\,C$, etc. est divisée en autant de parties que l'arc de cercle peut le permettre sans présenter de confusion. $A\,\beta$, par exemple, est divisé en 2 en α; $A\,\alpha$ en deux parties en v; $A\,v$ en deux parties en ϵ, etc. On pourrait porter ainsi cette division $A\,\beta$ en 128 parties si cela était possible, ce qui diviserait le cercle entier en 1024 parties.

Cela posé, il faut ensuite diviser la longueur $A\,8$ en 8 parties égales, puis chaque partie en autant de divisions que la clarté de la figure le permet; de manière que de chaque point de division on puisse avec une règle $M\,N$, *fig.* 42, décrire des arcs de cercle qui puissent rencontrer les lignes droites correspondantes. On fixe cette règle sur le centre M par le moyen d'une goupille : un curseur $a\,b$ qui peut s'arrêter par une vis de pression, coule le long de $L\,N$, et une pointe d'acier conique fixée en a, sert à tracer les arcs quand cette pointe est sur la division correspondante marquée sur la règle.

Le premier point de division 1 est porté avec cette règle sur le rayon $M\beta$ au point 1 ; le second au point 2 sur le rayon $M\gamma$ qui divise l'arc βB en deux parties égales ; le troisième en 3 sur le rayon MB ; le quatrième en 4 sur le rayon $M\delta$ qui divise $B\phi$ en deux parties égales ; le cinquième en 5 sur le rayon $M\phi$; le sixième en 6 sur le rayon $M\tau$ qui divise ϕC en deux parties égales ; le septième au point 7 sur le rayon MC ; et le huitième en 8 sur le rayon $M\eta$.

Après avoir déterminé entre les rayons $M\beta$ et MC les points de rencontre des rayons et des arcs de cercle des principales divisions, on peut les continuer en divisant de nouveau les arcs $\beta\gamma$, γB, etc. en parties égales, pour mener de nouveaux rayons, ainsi que les distances 1, 2, 2, 3, pour mener des arcs correspondans, afin d'obtenir de nouveaux points intermédiaires. Puis avec un crayon et d'une main sûre, on peut décrire l'arc 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Cette ligne courbe s'éloignant uniformément du centre, peut être considérée comme un coin que l'on a courbé sur l'arc de cercle 8 u 8 depuis le point 7 sur le rayon MC, jusqu'au point 1 sur le rayon $M\beta$. Comme la distance entre la circonférence de ce cercle et la nouvelle courbe est proportionnelle à la longueur des arcs du cercle, on peut la considérer comme formée par des ordonnées qui sont proportionnelles

proportionnelles aux abscises. Si l'on suppose que l'axe de l'anneau se meuve uniformément, le mentonnet sur lequel la courbe presse, ainsi que le piston qui lui correspond, auront un mouvement uniforme pendant tout le tems qu'il sera pressé par la partie de la courbe contenue entre 1 et 7 (1) ; et comme pendant tout ce tems il n'y a qu'un piston qui presse l'air, ainsi qu'on peut le voir par la position de la seconde came marquée $u\,v\,x\,y\,z\,c$, il est clair que la première question est parfaitement résolue de cette manière.

Quant à la seconde partie, pour que les deux pistons agissent ensemble au commencement et

(1) Comme il résulte des principes généraux de la mécanique, que le moment de la résistance d'une force invariable est en raison de la vitesse de son mouvement, quelle que soit la nature du mécanisme que l'on emploie, il est clair que comme par le mouvement des cames la charge est élevée à des hauteurs égales dans des tems égaux, le moment de la résistance doit aussi être égal et invariable. Ce moment statique est, pour chaque point particulier de la circonférence de la courbe, le produit de deux facteurs : l'un la distance de la charge au centre du mouvement, l'autre le sinus de l'inclinaison de la superficie oblique ou du coin comprimant à cette distance. Mais il est de la nature de cette courbe, que son inclinaison diminue dans le même rapport que l'éloignement de la charge, ou que la longueur du levier s'accroit de telle sorte, que le produit de cette longueur par le sinus de l'inclinaison, conséquemment le moment statique, est constant pour chaque point de la courbe (je me réserve de prouver théoriquement ce résultat dans une autre occasion). De là la résistance pendant le mouvement doit toujours être la même, et celui-ci doit avoir la même uniformité que si le poids était tiré par une corde placée autour d'un

à la fin de chaque expiration, il faut déterminer les courbes comprises entre les arcs $A\beta$ et $C\pi$.

Pour cela partagez la ligne $A\,1$ en trois parties égales ; que de la première division on mène un arc qui coupe au point a le rayon $M\alpha$, qui coupe l'arc $A\beta$ en deux parties égales ; que de la seconde division on mène un second arc qui rencontre le rayon $M\,b$, mené au point b, qui coupe l'arc $\beta\,a'$ en deux parties égales. Puis divisez en trois nouvelles parties égales la première sous-division, à partir du point A. Au moyen de la règle tournante, décrivez avec la première division un arc qui rencontre le rayon $M\,v$, lequel divise l'arc $A\,a'$ en deux parties égales ; que l'arc, à partir de la seconde division, soit prolongé jusque sur la ligne $M\,v'$ qui coupe l'arc $v\,a'$ en deux parties égales, ainsi de suite, on aura dans l'intervalle $A\beta$, 4 principales divisions, à l'aide desquelles on pourra

---

rouleau cylindrique. On peut donc, d'après ce raisonnement, en calculer les effets avec autant de facilité que si la charge à vaincre devait être élevée par un rouleau dont la circonférence serait égale à la levée qui doit avoir lieu.

Soit cette hauteur $= b$, la charge ou le poids élevé $= P$, le rayon du rouleau dont le moment statique est égal à celui de la came $= r$; faisant $2\,r\,\pi = b$, on aura $r = \frac{b}{2\,\pi}$. Si l'on fait maintenant le rayon de la roue motrice, ou la distance de l'axe à la force $= R$, et le poids moteur sur la circonférence $= p$, on aura $p\,R = P\,r$, de là

$$p = P\frac{r}{R} = P\frac{b}{2\,\pi\,R} = P\frac{b}{2 \times 3{,}1415\,R} = P\frac{b}{6{,}283\,R}.$$

tracer la courbe $A\,a\,1$, dont la pression doit aller en diminuant successivement à mesure que la came approche du point où elle doit s'échapper.

On procède de la même manière pour le segment $8\,b\,7$, avec cette différence cependant que la division en 7 et 8 se fait en ordre inverse de celle $A\,a\,1$, afin que la montée par la courbe $8\,b\,7$ coïncide avec celle de la courbe $A\,a\,1$, pour produire avec les deux pistons un effet semblable à celui qui a lieu avec un seul. De cette manière on obtient une courbe 8 7 6 5 4 3 2 1 $a\,A$, dont le point le plus bas ou le commencement de la montée est en 8 et le point le plus haut en A. Cette courbe comprenant les $\frac{5}{8}$ de la circonférence du cercle, il s'en suit que pendant la révolution de l'axe, il y aura les $\frac{5}{8}$ de cette révolution employés à faire monter le piston et les $\frac{3}{8}$ restans à le faire descendre. On peut diviser en deux parties le tems employé par la came pour faire expirer l'air de chaque cylindre. Dans les $\frac{3}{5}$ de ce tems chaque piston agit seul, et dans le premier et le dernier cinquièmes ils agissent tous les deux à la fois ; mais lorsqu'ils agissent ensemble, l'action de chacun en particulier n'est que la moitié de celle qui a lieu lorsqu'ils agissent séparément. Comme il faut une même force pour monter un poids à une hauteur déterminée que pour monter sa moitié à une hauteur double, il est clair que la somme des deux momens de résistance, au commencement et à la fin de chaque expiration d'air, doit être égale au moment de cette résistance lorsqu'un piston agit seul, et qu'ainsi le mouvement doit être uniforme pendant toute la rotation de la roue.

On ne peut pas (il est vrai) regarder rigoureusement la résistance comme constante; car elle s'accroît au commencement par la compression de l'air dans le cylindre jusqu'à ce qu'il acquiert assez de densité pour soulever la soupape. Mais on ne doit s'occuper de cette variation que lorsque la densité doit être considérablement augmentée (1), car lorsqu'elle doit l'être peu, elle acquiert son *maximum* dans un tems très-court. La résistance qu'elle occasionne est

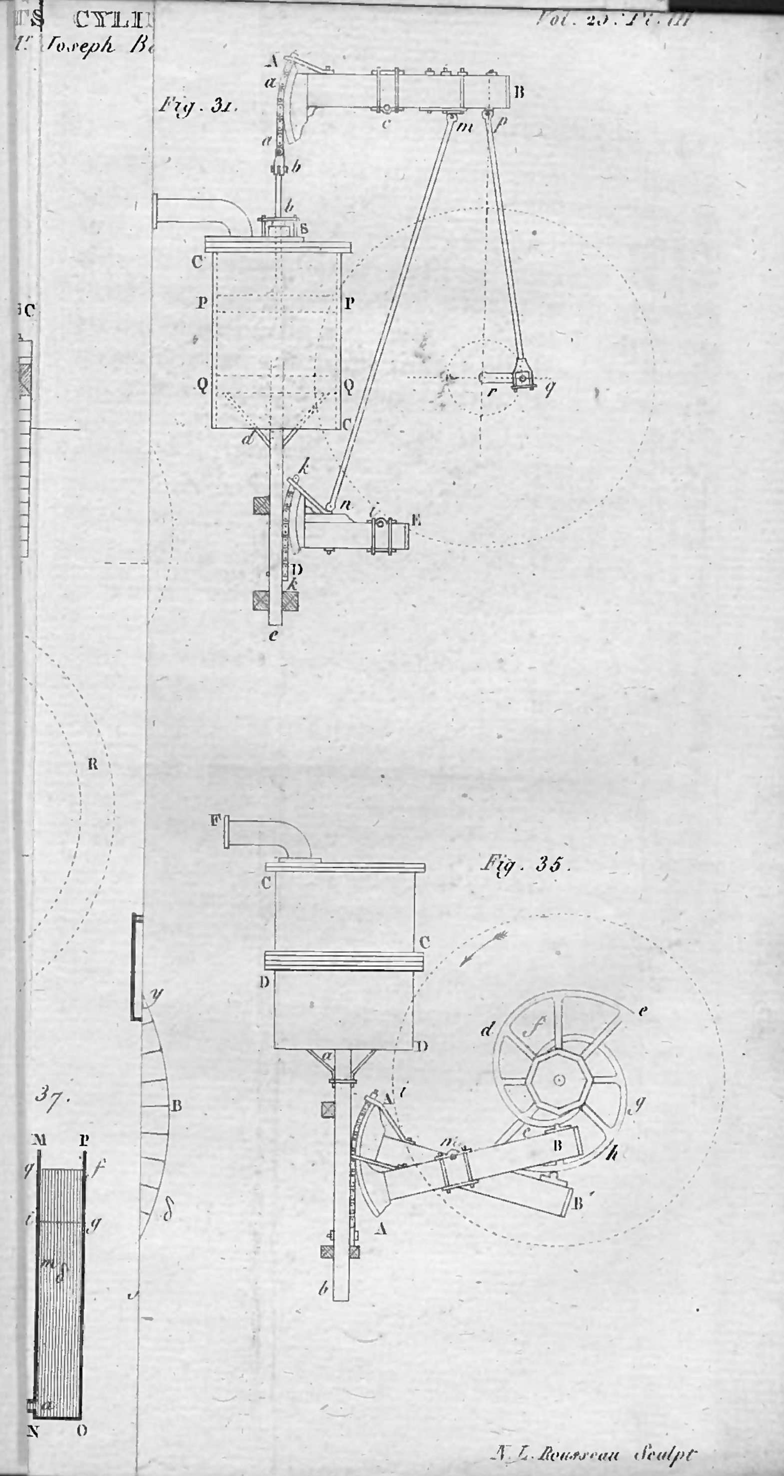
(1) D'après la formule du §. XI, sur l'espace que doit parcourir le piston avant de chasser l'air dans le conduit, dans laquelle on a trouvé $x = l \frac{z}{h+z}$, si l la plus grande distance du piston au fond du cylindre $h =$ la hauteur de la colonne d'eau qui fait équilibre à la pression de l'atmosphère, $z =$ la colonne d'eau qui augmente la condensation de l'air dans le cylindre. Comme dans le plus fort *soufflage* des fourneaux d'Allemagne on a $z = 3'$, il s'en suit que $x = l \frac{3}{33+3} = l \frac{}{36} = l \frac{1}{12}$, et si le vide nuisible $= 0$, on a $x = \frac{1}{12} b$; c'est-à-dire, que le vent commence à sortir lorsque le piston a parcouru $\frac{1}{2}$ de sa hauteur, ce qui arrive environ au point b, *fig.* 6, très-près de l'origine. On voit que par cette disposition le second piston commence à agir lorsque le premier expire encore de l'air, et que l'on ne doit en conséquence craindre aucune interruption. Il n'y aurait pas encore d'interruption si $z = 4$ et même $z = 4 \frac{1}{2}$; mais si l'air était plus condensé, comme par exemple, pour les hauts fourneaux anglais, il faudrait que le premier et le dernier segment eussent une plus grande étendue.

d'ailleurs contre-balancée par l'inertie de la machine, lorsque l'on change le mouvement du piston, inertie qu'il faut vaincre avec vitesse dans le premier moment de la levée et dont la résistance diminue dans le même tems que celle de l'air augmente. On peut, d'après ces considérations, négliger la variation du mouvement occasionnée par la différence de densité de l'air et les autres causes; car ces petites inégalités de quelques secondes sont suffisamment compensées les unes par les autres et deviennent insensibles.

Ayant ainsi achevé de tracer la courbure de la came, ses bras et l'anneau, on peut en faire exécuter un modèle en bois de grandeur naturelle pour le faire fondre en fer, soit en le moulant dans le sable à découvert, soit en le moulant dans de la terre.

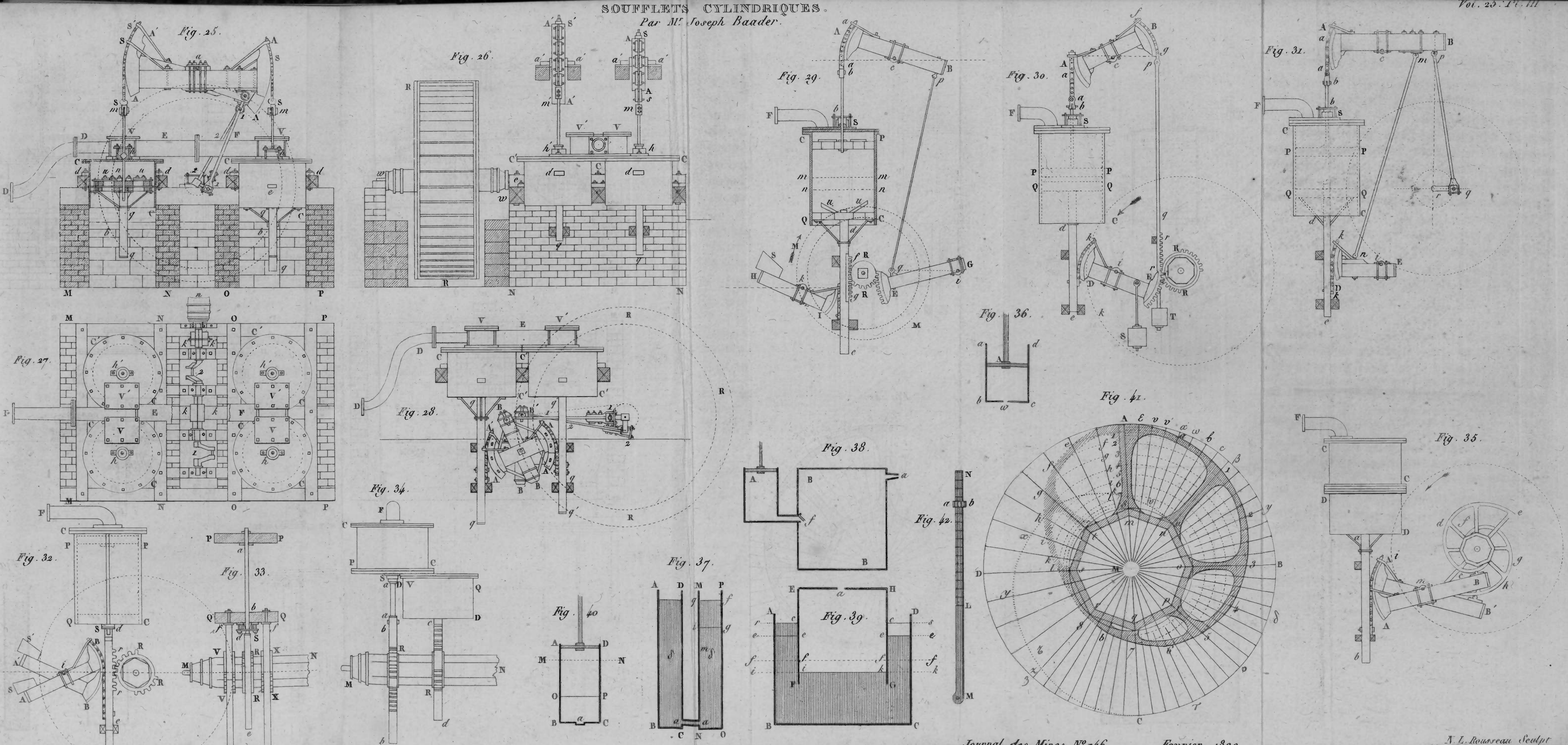
Il peut devenir utile et avantageux de continuer la came et de la terminer par la nouvelle courbe *a e f g h i k l* 8. Il en résulte que l'on peut obtenir le mouvement inverse, plus doux et plus régulier, et que l'on évite les accidens qui résultent des échappemens brusques et précipités.

Annotation. Je me suis assuré de l'avantage que procurent ces cames si elles sont bien dessinées, bien exécutées et coulées en fonte de fer. Des soufflets cylindriques ont déjà été mis en mouvement dans trois hauts fourneaux avec des cames exécutées d'après ce principe, et deux cylindres simples sans régulateurs produisent un souffle coustant, uniforme et sans interruption. J'ai appliqué ce même mécanisme aux pompes de deux machines hydrauliques que j'ai fait construire, et j'en ai obtenu le plus grand succès. Je suis convaincu que cette forme de came est extrêmement précieuse dans un grand nombre de circonstances, où il faut produire par le moyen d'une roue un mouvement de va et vient.



SOUFFLETS CYLINDRIQUES.

Par Mr. Joseph Baader.



N. L. Rousseau Sculpt