SUR L'ÉCRASEMENT DES CORPS SOLIDES,

Composés de molécules agglutinées.

Par M. Girard, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.

M. Coulomb est le premier qui ait recherché la force avec laquelle un pilier de pierre ou de maçonnerie résiste au fardeau dont il est chargé. Son Mémoire, inséré dans le 7e volume du recueil des savans étrangers, n'ayant pas seulement cette question pour objet, elle s'y trouve traitée avec peu d'étendue, et comme pour faire une application du principe nouveau qui en avait fourni la solution. Voici en quoi consiste ce principe appliqué à la recherche de la résistance des solides à leur écrasement. Que l'on conçoive un prisme de pierre érigé verticalement sur une base fixe, et coupé par un plan incliné à l'horizon, en sorte que les deux parties de ce prisme soient unies dans cette section par une cohésion donnée, tandis que tout le reste de la masse est parfaitement solide ou lié par une adhérence infinie. Que l'on suppose ensuite ce prisme chargé d'un certain poids, il est évident que l'action verticale de ce poids se décompose en deux forces, dont l'une est perpendiculaire, et l'autre parallèle au plan de la section qui divise les deux parties du prisme. La première de ces forces tend à rapprocher ces deux parties,

la seconde tend à les faire glisser l'une sur l'autre, en détruisant la cohésion qui les unit. Or, si l'on ne considère que la résistance qui naît de la cohésion, on voit évidemment que la composante parallèle à la section inclinée du prisme, est la seule qui tente à produire sa rupture. On voit également qu'il y a équilibre entre la résistance du prisme et le fardeau dont il est chargé, lorsque le plan de rupture, multiplié par l'adhérence sur l'unité de surface, est égal à l'action de la charge décomposée parallèlement à ce plan. Cette équation d'équilibre donne immédiatement en fonction de l'adhérence et de l'angle d'inclinaison du plan de rupture, l'expression de la charge qui agit verticalement sur le prisme. Cette charge est égale à une quantité constante divisée par le produit du sinus et du cosinus de l'angle d'inclinaison du plan de rupture sur la base horizontale du solide; et comme cette valeur est également infinie, lorsque l'angle du plan de rupture avec l'horizon est nul, ou lorsqu'il est égal à 90 degrés, il s'ensuit qu'entre ces deux limites, il existe un angle d'inclinaison du plan de rupture pour lequel l'expression de la charge qui agit verticalement sur le prisme est un *minimum*. Mais le prisme étant supposé homogène, et pouvant se rompre sous tous les angles possibles, il est clair que sa rupture aura lieu suivant l'angle auquel correspond, dans le cas d'équilibre, le *minimum* de charge verticale. En déterminant ce *minimum* de charge par la différentiation, suivant les règles ordinaires, on trouve que l'angle sous lequel la rupture du prisme doit avoir lieu, est celui de 45 degrés, dont le sinus et le cosinus sont égaux entre eux. Proposition tout-à-fait générale, et qui s'applique, ainsi que je le fais voir, à tous les prismes et cylindres droits, quelle que soit la figure de leur base horizontale.

Si l'on compare l'expression de la charge capable de produire la rupture d'un prisme donné en faisant glisser l'une sur l'autre sous l'angle de 45 degrés, les deux parties de ce prisme qui se séparent à l'expression de la force capable de le rompre en le tirant parallèlement à sa longueur, on trouve que la première est précisément double de la seconde.

Nous observerons, au reste, que la plupart des pierres n'étant point susceptibles de compression apparente sous la charge qu'elles supportent, leur résistance à l'écrasement ne provient que de la cohésion qui retient leurs molécules entre elles.

Cela posé : que l'on conçoive un cube de pierre parfaitement homogène soutenu sur un plan horizontal inébranlable, et chargé d'un poids capable de produire sa rupture. Il suit de ce qui précède, que le plan de cette rupture formera, avec le plan horizontal, un angle de 45 degrés, c'est-à-dire passera par la diagonale des deux faces verticales opposées de ce cube qui se trouvera ainsi divisé en deux coins appliqués l'un sur l'autre, suivant leur face inclinée. Mais à cause de l'homogénéité de la substance, la charge tend également à opérer la rupture, suivant des plans inclinés de 45 degrés sur les trois autres faces verticales du cube : ainsi cette rupture aura lieu suivant quatre plans qui passeront respectivement par

les deux arêtes des faces horizontales du prisme diagonalement opposées. Or, ces quatre plans formeront, par leurs intersections dans l'intérieur du cube, deux pyramides égales et symétriques ayant leurs sommets au centre de ce cube, et pour bases ses deux faces horizontales. Si maintenant on analyse les diverses pressions qui ont lieu sur les faces de l'une de ces pyramides par l'action du poids dont le prisme est chargé, on trouvera aisément que les pressions horizontales exercées sur deux faces contiguës se composent en une seule force dirigée dans le plan des deux arêtes diagonalement opposées de la pyramide et du cube dont elle fait partie, plan vertical suivant lequel on conçoit que doit s'opérer une nouvelle rupture. Ainsi, chacune des faces verticales du cube devient la base d'une nouvelle pyramide dont les côtés sont inclinés de 45 degrés sur cette base. Composant ensuite en une seule pression perpendiculaire à la base de l'une de ces pyramides, les deux forces dirigées dans les plans des arêtes du cube diagonalement opposées, on trouve que cette résultante est précisément égale à la première, dont le cube est chargé. Il suit de là :

1°. Que le prisme, lors de son écrasement, doit se décomposer en six pyramides quadrangulaires égales et symétriques, ayant pour bases chacune des faces du prisme, et leurs sommets réunis à son centre ;

2°. Que les quatre pyramides à base verticale sont poussées du dedans au dehors du cube, précisément avec les mêmes forces que les deux pyramides à base horizontale sont poussées du dehors au dedans.

Et en effet, il est évident qu'un cube formé de six pyramides égales et symétriques, appliquées les unes sur les autres sans adhérence ni frottement, ne peut conserver sa forme qu'autant qu'on applique des forces égales perpendiculairement à chacune des bases des six pyramides dont il est composé. Mais pour que l'écrasement ait lieu aussi régulièrement que nous venons de l'exposer, il est nécessaire que la matière du prisme soit parfaitement homogène, car si elle ne l'était pas, la rupture du corps, suivant six plans qui passent par les arêtes du prisme opposées diagonalement deux à deux, n'aurait pas lieu instantanément, ce qui s'opposerait à la régularité de cette rupture.

La théorie qui vient d'être développée fournit l'explication des phénomènes de l'écrasement des pierres à bâtir, tels que les ont remarqués tous ceux qui ont soumis ces substances à l'épreuve pour en connaître la force. M. Perronet en 1758, M. Gauthey en 1774, et dans ces derniers tems, M. Rondelet, auquel on doit une suite nombreuse d'observations sur cette matière, ont remarqué que les cubes qu'ils avaient exposés à l'action d'une forte charge, se divisaient en effet par cette action en six pyramides ayant leur sommet au centre du cube; mais aucun d'eux n'a essayé de rendre raison de ce phénomène. Cette même théorie nous paraît encore expliquer la formation des pyramides quadrangulaires que l'on trouve dans une des couches de marne placées entre les bancs de gypse à Montmartre. Ces pyramides, décrites par MM. Desmarest et Constant Prevost

(*Voyez* le *Journal des Mines*, tome 25, n°. 147, page 227 et suiv.), présentent cette disposition remarquable, qu'elles sont toujours réunies six ensemble, de manière qu'elles se touchent par leurs faces, et que tous leurs sommets se réunissent en un même point. Il résulte de cette réunion un cube dont les faces ne peuvent cependant être mises naturellement à découvert, parce que celles des pyramides se continuent sans interruption dans la marne qui leur sert de gangue, et qui est absolument de même nature qu'elles. Or, si l'on fait attention que cette couche de marne est chargée de tout le poids de la masse de gypse placée au-dessus d'elle, on concevra, d'après ce qui vient d'être dit, que l'écrasement de cette couche aura lieu suivant des plans de rupture inclinés de 45 degrés sur la direction des pressions auxquelles elle est soumise, et que ces plans, par leur intersection dans des circonstances déterminées, auront formé les groupes de pyramides que MM. Desmarest et Prevost ont observées.

L'écrasement d'un corps produit par une force de pression suffisante, peut être occasionné dans certains cas par une force de percussion. Ainsi un prisme de matière homogène étant soutenu sur un plan horizontal, se rompra sous le choc d'un marteau dirigé verticalement, de manière que la surface de rupture fera avec l'horizon un angle de 45 degrés. L'analogie conduit à conclure qu'un cube de matière homogène se divisera par l'effet de la percussion en six pyramides quadrangulaires égales et symétriques, ayant leurs sommets au centre du cube.

Maintenant, si au lieu d'un prisme cubique, on suppose qu'un corps en forme de table, soutenu sur la surface horizontale d'une substance douée d'un certain degré de mollesse telle, par exemple, que de l'argile humectée, reçoive vers son centre de figure la percussion d'une masse déterminée, on conçoit que cette percussion tendra à pousser du dedans au dehors du corps frappé, une portion de ce corps, qu'elle en détachera en effet, si le choc est assez fort, pour surmonter l'adhérence qui unit les unes aux autres les parties de la table. Or, il est évident, 1o. que la surface de la portion du corps détachée par l'effet de la percussion devra être d'un solide de révolution engendré sur le prolongement de la direction même du choc; car la matière étant supposée homogène, et frappée vers son centre de figure, il est nécessaire que tous les points de la surface de rupture pris dans les plans perpendiculaires à la direction du choc, se trouvent à des distances égales de cette direction ; 2°. il n'est pas moins évident que cette surface doit être engendrée par une ligne droite inclinée sur l'axe de révolution d'un angle tel, qu'en égalant l'adhérence sur toute la surface de rupture à la percussion décomposée parallèlement à cette surface, l'expression de la percussion directe soit un *minimum*. Si l'on applique à ce cas les raisonnemens que nous avons développés ci-dessus, on trouvera aisément que l'apothême du cône détaché de la masse frappée par l'effet de la percussion, doit former avec l'axe de ce cône un angle de 45 degrés. Une observation que l'on doit à M. Gillet-Laumont, vient encore

confirmer ce point de théorie. Des tables d'une espèce de grès compacte et homogène que l'on trouve près de la forêt de Montmorency (1), étant posées sur un terrain compressible et soumises à une certaine percussion, se brisent sous le coup ; mais de manière que le point de la surface sur lequel la percussion a été exercée, présente le sommet d'un cône qui se détache entièrement de la masse, et dont l'apothême est incliné de 45 degrés sur sa base. On sent bien qu'il ne faut pas exiger dans la mesure de cet angle la même précision que dans des mesures cristallographiques. Une variation de 1 ou 2 degrés en plus ou en moins peut être occasionnée par un défaut d'homogénéité de la matière, et surtout par l'obliquité de la direction du choc sur la base de ce cône. Il faudrait, en effet, pour que ce solide fût parfaitement régulier, que la direction du choc fût rigoureusement perpendiculaire au plan de sa base, condition qu'on ne paraît pas s'être attaché à remplir dans les expériences qui ont été faites. (*Extrait du Nouv. Bull. des Sc.*)

---

(1) C'est le grès lustré de M. Haüy. Ce grès se trouve dans les environs de Fontainebleau. On le rencontre encore dans d'autres endroits, et particulièrement au-dessus du village de Daumont (forêt de Montmorency), lieu où ont été faites les expériences dont il s'agit ici. (*Note des Rédacteurs.*)