NOTE SUR LES FLUATES DE CHAUX

TROUVÉS EN AMÉRIQUE.

On avait pensé jusqu'à présent que le fluate de chaux ne se trouvait point dans l'Amérique septentrionale, où il est en effet très-rare; mais on en a trouvé néanmoins quelques échantillons dans les localités ci-après indiquées.

Dans l'Etat du *New-Jersey*, près de Franklin-Fornace, comté de Sussex, on trouve du fluate de chaux de couleur pourpre, depuis la teinte la plus légère jusqu'à la plus foncée; il est disséminé dans une pierre calcaire, avec du mica cristallisé et du carbure de fer (ou plombagine).

La même variété de fluate de chaux se rencontre près de Pompton, à deux milles de Hamburg, même comté de Sussex, dans un filon de plusieurs pieds d'épaisseur, composé de quartz gris et de feldspath blanchâtre, dont la direction est du Nord-Est au Sud-Ouest.

Il y a dans le *Connecticut* du fluate de chaux cristallisé en cubes de couleur violette, verte et jaune, et de toutes les teintes de ces différentes couleurs; tantôt diaphane et tantôt seulement demi-transparent. Il se trouve près de Middletown, dans un filon qui contient en même tems du quartz cristallisé, du spath calcaire, et des sulfures de plomb, de zinc et de fer.

Enfin, dans le *New-Hampshire*, M. le Colonel Gibbs a découvert un fluate de chaux de couleur verte, semblable d'ailleurs aux variétés précédentes; il était dans des fragmens de roche détachés, près de Rosebrook's-Gap, dans les montagnes Blanches.

JOURNAL DES MINES.

N°. 174. JUIN 1811.

AVERTISSEMENT.

Toutes les personnes qui ont participé jusqu'à présent, ou qui voudraient participer par la suite, au *Journal des Mines*, soit par leur correspondance, soit par l'envoi de Mémoires et Ouvrages relatifs à la Minéralogie et aux diverses Sciences qui se rapportent à l'Art des Mines et qui tendent à son perfectionnement, sont invitées à faire parvenir leurs Lettres et Mémoires, sous le couvert de M. le Comte LAUMOND, Conseiller d'Etat, Directeur-général des Mines, à M. Gillet-Laumont, Inspecteur-général des Mines. Cet Inspecteur est particulièrement chargé, avec M. Tremery, Ingénieur des Mines, du travail à présenter à M. le Directeur-général, sur le choix des Mémoires, soit scientifiques, soit administratifs, qui doivent entrer dans la composition du *Journal des Mines*; et sur tout ce qui concerne la publication de cet Ouvrage.

FIN DU MÉMOIRE

Sur la Détermination du Caractère géométrique principal des formes cristallines. (Voyez *le* n°. 173, p. 349);

Par CHR. SAM. WEISS. *in*-4°. Leipsic, 1809.

Traduit par M. BROCHANT DE VILLIERS, Ingénieur en chef au Corps impérial des Mines.

V. *Des octaèdres à pyramides droites à base rectangle allongée.*

Nous avons traité jusqu'à présent du caractère géometrique principal des rhomboèdres et des dodécaèdres qui en dérivent, ainsi que des octaèdres à pyramides droites à base carrée, ou de ces octaèdres dont tous les plans sont également inclinés à l'axe. Nous allons maintenant nous occuper des octaèdres à base rectangle oblongue, les pyramides étant toujours droites. Ces pyramides sont composées de quatre plans qui sont analogues deux à deux, de manière que deux plans opposés dans la même pyramide, sont également inclinés à l'axe, tandis que les plans adjacens ont une autre inclinaison.

Octaèdre à base rectangle oblongue d'après M. Haüy.

M. Haüy a placé des octaèdres à base oblongue parmi ses formes primitives, et il emploie pour les définir des indications géométriques qui sont parfaitement conformes à nos idées. En effet, ce savant célèbre détermine le caractère géométrique de ces formes par un double rapport entre la hauteur de la pyramide, et les deux perpendiculaires menées du centre sur les deux côtés de sa base; ce qui n'est autre chose que les deux rapports entre les sinus et cosinus des deux incidences à l'axe; car il est évident que la hauteur de la pyramide est le cosinus commun des deux incidences, et que les perpendiculaires menées du centre sur les deux côtés de la base, sont les sinus de ces deux incidences.

Trois des formes primitives admises par M. Haüy dans son grand Traité, sont des octaèdres à base oblongue; ce sont celles de la potasse nitratée du plomb carbonaté et du plomb sulfaté. On peut y ajouter encore celle de l'arragonite, d'après un mémoire postérieur que ce savant illustre a publié dans les *Annales du Muséum d'Histoire naturelle*. La forme pri-

mitive du zinc oxydé rentre aussi dans cette même classe d'octaèdres; mais comme les cristaux de cette substance ne sont pas encore assez rigoureusement déterminés, nous ne nous en occuperons pas; et nous en agirons de même par rapport à plusieurs nouvelles substances qui sont aussi dans le même cas.

Leurs caractères géométriques.

Si on nomme a la hauteur, et p et p' les deux perpendiculaires du centre sur les côtés de la base, on aura pour les quatre espèces que nous avons indiquées, la table suivante, dont plusieurs rapports sont remarquables par leur grande simplicité.

Potasse nitratée. .	$a : p :: \sqrt{32} : \sqrt{15}$; $a : p' :: \sqrt{3} : 1$.
Plomb carbonaté. .	$a : p : p' :: \sqrt{8} : \sqrt{3} : 2$.
Plomb sulfaté. . .	$a : p : p' :: \sqrt{2} : \sqrt{3} : 1$.
Arragonite. . . .	$a : p : p' :: \sqrt{46} : \sqrt{18} : \sqrt{23}$.

Il faut rapporter les prismes droits à base rhombe à ces octaèdres.

Nous allons maintenant associer à ce tableau plus d'un genre de parallélipipède. D'abord les prismes à quatre faces droits à angles latéraux obliques, et à faces latérales égales, ou les prismes à base rhombe perpendiculaire sur les faces latérales.

En effet, si l'on suppose, outre les faces latérales du prisme, deux autres plans naissant sur deux angles opposés, de la base, obtus ou aigus, comme seraient les plans secondaires provenant des lois A ou E, on aura un octaèdre à pyramides droites et à base oblongue, l'axe passera par deux bords latéraux opposés du prisme obtus ou aigus, et la base commune des deux pyramides passera par les bords du prisme restés intacts.

Caractères géométriques de ces prismes d'après M. Haüy.

M. Haüy, pour déterminer le caractère principal de ces prismes rhomboïdaux emploie ordinairement le rapport entre les deux diagonales du rhombe de la base et la hauteur du prisme. Quelquefois, cependant il a préféré d'autres rapports. Nommant la plus grande diagonale du rhombe D, la plus petite d et la hauteur a. Voici les rapports que donne M. Haüy :

Baryte sulfatée, $D : d :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$; et $\frac{1}{2} d : a :: 2 : \sqrt{7}$;

donc $\frac{1}{2} D : \frac{1}{2} d : a :: \sqrt{3} : \sqrt{2} : \sqrt{\frac{21}{4}} :: \sqrt{12} : \sqrt{8} : \sqrt{21}$.

Strontiane sulfatée, $\frac{1}{2} D : \frac{1}{2} d : a :: 9 : 4\sqrt{3} : 8\sqrt{2}$;

donc on a $D : d :: 3\sqrt{3} : 4$; et $\frac{1}{2} d : a :: \sqrt{3} : \sqrt{8}$.

Staurotide, $D : d :: 3 : \sqrt{2}$; $D : a :: 6 : 1$;

donc on a $D : d : a :: 3 : \sqrt{2} : \frac{1}{2} :: 6 : \sqrt{8} : 1$.

Fer arsenical, $D : d :: \sqrt{8} : \sqrt{5}$; $D : a :: 3 : 2$;

donc on a $D : d : a :: \sqrt{8} : \sqrt{5} : \sqrt{\frac{32}{9}} :: \sqrt{72} : \sqrt{45} : \sqrt{32}$.

Titane silicéo-calcaire, $\frac{D}{2} : \frac{d}{2} : a :: \sqrt{32} : \sqrt{5} : \sqrt{15}$;

ce qui donne $D : d :: \sqrt{32} : \sqrt{5}$; et $d : a :: 2 : \sqrt{3}$.

Observations sur la topaze.

Pour la topaze, M. Haüy a employé d'autres rapports; d'abord celui entre la perpendiculaire menée d'un angle obtus de la base sur le côté opposé, et la moitié de la grande diagonale de cette base qui est un rhombe; il a trouvé ce rapport :: 14 : 15. Ensuite il a établi que la hauteur du prisme était moyenne porportionnelle entre le double de cette perpendiculaire ci-dessus, et la grande diagonale de la base. Ce qui donne 2 *perp.* $: a :: a : D$, appelant P cette perpendiculaire, nous aurons dans la topaze, $P : D : a :: 14 : 2 \times 15 : \sqrt{840}$; ou $:: 7 : 15 : \sqrt{210}$. D'où l'on peut tirer la valeur du rapport $D : d$ (1); on trouvera $D : d :: 15 : \frac{105}{\sqrt{176}}$ ou $:: 1 : \frac{7}{\sqrt{176}} :: \sqrt{176} : 7$ (2); mais le rapport $D : a :: 15 : \sqrt{210}$ peut se changer en $D : a :: \sqrt{15} : \sqrt{14}$. On a donc $D : d :: \sqrt{176} : 7$, et $D : a :: \sqrt{15} : \sqrt{14}$; et en réunissant les rapports en un seul, $D : d : a :: \sqrt{176 \times 15} : 7\sqrt{15} : \sqrt{176 \times 14}$; donc $D : d : a :: \sqrt{2640} : \sqrt{735} : \sqrt{2464}$.

---

(1) L'auteur ne dit point la manière dont il trouve la valeur de d; mais on peut y parvenir par cette équation $\frac{Dd}{2} = P \times$ par le côté du rhombe dont chacun des membres est l'expression de la surface du rhombe; substituant à la place du côté sa valeur $\frac{1}{2}\sqrt{D^2 + d^2}$, on a l'équation :

$$\frac{Dd}{2} = \frac{P}{2}\sqrt{D^2 + d^2}, \text{ d'où l'on tire } d = \frac{DP}{\sqrt{D^2 - P^2}}.$$

Cette même valeur est donnée par l'équation de M. Haüy (t. I, p. 304), $am = \sqrt{\frac{4g^2p^2}{g^2 + p^2}} = P$; valeur de P dans laquelle $g = \frac{1}{2} D$ et $p = \frac{1}{2} d$; substituant ces valeurs, on aura $P = \sqrt{\frac{D^2 d^2}{D^2 + d^2}}$, d'où l'on tire, comme ci-dessus, $d = \frac{DP}{\sqrt{D^2 - P^2}}$; et en substituant dans cette valeur celles de $D = 15$, et celle de $P = 7$, on trouve $d = \frac{105}{\sqrt{176}}$. (*Note du Traducteur.*)

(2) On peut remarquer que ce rapport $\sqrt{176} : 7$ est très-rapproché du rapport $\sqrt{175} : 7 = \sqrt{25} : \sqrt{7} = 5 : \sqrt{7}$; on trouverait encore un autre rapport à substituer en mettant $\sqrt{176} : \sqrt{48}$, au lieu de $\sqrt{176} : \sqrt{49}$, ce qui est peu différent, et on a $\sqrt{176} : \sqrt{48} :: \sqrt{11} : \sqrt{3}$; ou encore en admettant le rapport, $\sqrt{175} : \sqrt{50} = \sqrt{7} : \sqrt{2}$. (*Note de l'Auteur.*)

On voit donc que ces rapports géométriques que nous donnons pour la topaze, d'après les données de M. Haüy, sont infiniment moins simples que tous ceux que nous avons trouvés pour d'autres formes dans notre premier Mémoire, et dans celui-ci ; et on ne doit pas s'en étonner. D'abord le rapport 14 : 15, peu simple par lui-même, a lieu entre deux lignes qui sont évidemment de deux ordres différens, et qui par conséquent ne sont liées entre elles que par un rapport pour ainsi dire dérivatif et non originaire. En outre, pour déterminer la hauteur, M. Haüy s'est fondé sur l'égalité de quelques angles secondaires ; méthode qu'il a aussi employée pour déterminer la forme de la tourmaline. Mais cette méthode est sujette à erreur, et cet illustre auteur, qui l'avait bien prévu d'avance (t. II, p. 6), vient de le confirmer de nouveau, en annonçant que la similitude des angles secondaires qu'il avait cru reconnaître dans la tourmaline était fausse.

Dans un Mémoire publié récemment dans les *Annales du Muséum d'Histoire naturelle*, M. Haüy vient de changer la forme primitive de la topaze ; il a substitué au prisme à base rhombe un octaèdre à base rectangle oblongue, mais il n'a rien changé aux dimensions géométriques dont il avait fait la base de cette cristallisation. Cette substitution peut ici très-bien servir d'exemple, pour prouver que ces changemens d'une forme primitive en prisme à base rhombe, en une autre en octaèdre à base oblongue, ne sont contraires ni à la méthode de M. Haüy, ni à la nature même de la chose.

Tous les prismes à base rhombe ne peuvent pas être changés en octaèdres.

Cependant, quoique la plupart des formes prismatiques de ce genre soient susceptibles de semblables substitutions, il ne faut pas croire qu'il n'y ait aucune exception ; la forme du mica, par exemple, et quelques autres semblables, ne peuvent nullement être changées en octaèdres.

Les prismes droits à base rectangle oblongue peuvent être changés en octaèdres du même genre.

Outre ce genre de parallélipipèdes à base rhombe dont nous venons de traiter, il y en a un autre qui peut également se rapporter aux octaèdres droits à base rectangle oblongue : ce sont les prismes droits à base rectangle oblongue. On voit d'abord facilement comment ces prismes peuvent être ramenés au premier genre de parallélipipèdes ; car si, par exemple, à un prisme droit à base rhombe on circonscrit un prisme rectangulaire de manière que les bords latéraux du premier se trouvent au milieu des faces latérales du second, il est évident que l'on pourra substituer ce dernier prisme au premier dans le calcul de ses formes cristallines. De même, si dans un prisme rectangle à base oblongue, on mène par les diagonales de sa base deux plans qui seront pour ainsi dire ses plans diagonaux, l'angle de ces deux plans entre eux sera le même que celui qui joint les faces du prisme rhomboïdal que l'on pourrait substituer à ce prisme rectangle ; et ces formes ne sont pas les seules que l'on peut ainsi substituer l'une à l'autre : on peut varier beaucoup ces substitutions en changeant la loi par laquelle on passe d'une forme à l'autre, et par conséquent, obtenir plusieurs autres formes que l'on peut également employer. Mais puisque l'octaèdre à base rectangle oblongue peut, comme nous l'avons vu, être substitué aux prismes droits à base rhombe, il est évident que nous pouvons également le substituer aux prismes droits à base rectangle oblongue. Les plans de ces octaèdres substitués devront provenir, deux à deux, sur ces prismes, de deux lois de décroissemens.

Caractères géométriques de ces prismes droits d'après M. Haüy.

M. Haüy a donné le caractère géométrique de ces prismes droits à base rectangle oblongue par le rapport des deux côtés de la base entre eux et avec la hauteur. Appelant l et l' ces deux côtés, et a la hauteur, voici les exemples que l'on trouve dans cet illustre auteur :

Cymophane, $l : l' :: \sqrt{2} : 1$; et $l : a :: \sqrt{3} : 1$;
donc $l : l' : a :: \sqrt{6} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$.
Euclase, $l : l' : a :: \sqrt{5} : \sqrt{12} : \sqrt{8}$;
ce qui donne $l : a :: \sqrt{5} : \sqrt{8}$; et $l' : a :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$.
Stilbite, $l : l' : a :: \frac{5}{2} : 3\sqrt{2} : \sqrt{3}$, ou $:: 5 : \sqrt{72} : \sqrt{12}$;
donc $l : a :: 5 : 2\sqrt{3}$; et $l' : a :: \sqrt{6} : 1$.
Péridot, $l : l' : a :: 5 : \sqrt{5} : \sqrt{8}$;
d'où l'on tire $l : a :: 5 : \sqrt{8}$; et $l' : a :: \sqrt{5} : \sqrt{8}$.
Schéelin ferruginé, $l : l' : a :: 2 : \sqrt{3} : 2\sqrt{3}$;
ce qui donne $l : a :: 1 : \sqrt{3}$; et $l' : a :: 1 : 2$.

On y retrouve plusieurs fois le rapport du quartz $\sqrt{5} : \sqrt{8}$.

La plupart de ces formules sont d'une simplicité vraiment admirable ; on peut remarquer encore que le rapport $\sqrt{5} : \sqrt{8}$, qui caractérise le quartz, s'y rencontre plusieurs fois. Nous parlerons plus bas de la manière de changer ces formes en octaèdres.

Certains prismes obliques à base rhombe peuvent être changés en octaèdres.

Il y a encore un troisième genre de parallélipipèdes qui doit, ainsi que les deux précédens, être ramené aux octaèdres à base rectangle oblongue. Ce sont des prismes quadrangulaires obliques que M. Haüy admet parmi ses formes

primitives dont les faces sont égales et obliques entre elles, et la base un rhombe ; ou des prismes rhomboïdaux dont la base est inclinée vers un bord latéral, de manière qu'elle est oblique aux faces, mais également oblique à deux faces adjacentes. Ces formes primitives ont en outre une propriété commune, en ce que une ligne menée d'un des angles solides plus obtus, ou de l'extrémité du bord latéral qui vient y aboutir, à l'angle solide plus obtus opposé, ou à l'extrémité opposé du bord latéral opposé, est à la fois perpendiculaire sur ces deux bords latéraux : d'où il suit que la loi de décroissement $\overset{1}{A}$ produit dans ces cristaux un plan secondaire absolument semblable en tout au plan primitif, et qu'en outre tous les autres plans secondaires qui se rapportent à la forme primitive ont aussi leurs semblables qui, bien qu'exprimés par des lois de décroissement très-différentes, ont cependant, avec le plan $\overset{1}{A}$, le même rapport que les premiers avec la base, et jouissent comme eux de propriétés géométriques absolument semblables. Mais je suis complétement persuadé que ce plan $\overset{1}{A}$ est aussi bien primitif que la base elle-même, et que l'un et l'autre ont absolument la même valeur et les mêmes rapports cristallographiques. Il n'y a aucune différence entre eux, tellement que lorsqu'on observe seulement l'un des deux, on ne peut jamais juger si c'est l'un ou l'autre. Or si l'on ajoute à ces parallélipipèdes la face $\overset{1}{A}$, on obtiendra un octaèdre à base rectangle ; si au contraire, dans un quelconque de nos octaèdres à pyramide droite et à base rectangle, on supprimait deux plans opposés en prolongeant et augmentant les autres, ou en ajoutant sur chacun de ces plans supprimés un tétraèdre dérivé de l'octaèdre, on obtiendrait de cette manière un parallélipipède jouissant de la propriété dont nous venons de parler : on voit donc que ce genre de parallélipipède a un rapport évident avec nos octaèdres droits à base rectangle oblongue.

Quatre exemples de ces prismes cités par M. Haüy.

M. Haüy a donné quatre exemples de formes primitives jouissant de cette propriété, l'amphybole, le pyroxène, la grammatite et le nickel sulfaté. Il paraît aujourd'hui disposé, d'après l'avis de M. Cordier, à réunir la grammatite et l'amphybole, et à n'en plus former qu'une seule espèce. Néanmoins nous suivrons l'ancienne description de M. Haüy, et nous continuerons ici de considérer la grammatite comme une espèce distincte de l'amphybole.

Caractères géométriques dont il se sert.

Il a coutume de donner pour ces formes les indications géométriques suivantes ; d'abord le rapport entre le sinus et le cosinus de la moitié de l'incidence mutuelle des faces latérales ; et ensuite le rapport entre le bord latéral et cette perpendiculaire qui joint deux angles solides obtus opposés : mais cette perpendiculaire n'est autre chose qu'une des diagonales de la section transversale et horizontale du prisme ; c'est-à-dire, le double du cosinus de la moitié de l'incidence des faces, le rayon étant la largeur d'une face latérale.

Or, puisque le sinus et le cosinus de la moitié de l'incidence des faces latérales de l'octaèdre substitué sont égaux aux demi-diagonales de

la section transversale du prisme, le rapport entre ce sinus et ce cosinus doit être le même que celui entre ces diagonales. Par conséquent nous pouvons appeler D et d ces sinus et cosinus, et appeler a le bord latéral ; la perpendiculaire qui joint deux bords latéraux, par leurs extrémités opposées, sera ou D ou d, d'après ce que nous avons dit.

Pour le pyroxène, M. Haüy n'a pas donné le rapport entre le sinus et le cosinus de la moitié de l'angle formé par deux plans latéraux ; mais le rapport entre les deux diagonales du rhombe qui sert de base. Nous désignerons ces deux diagonales par δ et δ'. On a donc :

Amphibole, $D : d :: \sqrt{29} : \sqrt{8}$; et $d : a :: \sqrt{14} : 1$,
d'où l'on tire $D : d : a :: \sqrt{203} : \sqrt{56} : 2$;
la base est inclinée vers le bord latéral *obtus*.

Pyroxène, $\delta : \delta' :: 13 : 12$; et $D : a :: \sqrt{3} : \frac{1}{2}$, ou $:: \sqrt{12} : 1$,
d'où l'on conclut $D : d :: \sqrt{13} : \sqrt{12}$;
la base est inclinée vers le bord latéral *aigu*.

Grammatite, $D : d :: 2 : 1$; et $d : a :: 7 : 2$,
d'où l'on tire $D : d : a :: 14 : 7 : 2$;
la base est inclinée vers le bord latéral *obtus*.

Nickel sulfaté, $D : d :: \sqrt{2} : 1$; et $d : a :: 3 : 1$,
donc $D : d : a :: \sqrt{18} : 3 : 1$;
la base est inclinée vers le bord latéral *obtus*.

Ces caractères donnent facilement ceux par les sinus et cosinus des incidences à l'axe.

Au moyen de ces rapports il sera très-facile, dans les octaèdres qui seront composés des faces latérales et des bases de ces prismes et en outre du plan $\overset{1}{A}$, de déterminer les rapports des sinus aux cosinus des incidences de leurs plans à l'axe ; car le rapport $D : d$ continuera d'être celui du sinus au cosinus de l'incidence d'un des couples de ses plans, et quant à l'autre couple de plans, le sinus de son incidence à l'axe sera a lorsque son cosinus sera d ou D.

La soude boratée appartient aussi au même genre de forme que les quatre précédentes.

Enfin, nous croyons devoir encore rapporter ici la soude boratée. Sa forme primitive, suivant M. Haüy, est un prisme quadrangulaire rectangle à faces latérales d'inégale largeur, (et par conséquent donnant une section transversale oblongue), à base oblique inclinée sur la plus petite face latérale et perpendiculaire sur la plus grande. Ce prisme rectangulaire oblique de la soude boratée a les mêmes rapports avec le prisme oblique à base rhombe de l'amphybole ou du pyroxène, que des prismes droits rectangulaires oblongs avec des prismes droits à base rhombe. On peut à volonté substituer l'un à l'autre. Mais il resterait à déterminer si dans cette forme de la soude boratée le rapport entre la hauteur et les autres dimensions est tel que le prisme à base rhombe qu'on lui substituerait jouirait de cette propriété remarquable indiquée ci-dessus ; propriété qui consiste en ce qu'une ligne menée d'un angle solide obtus à l'angle solide obtus opposé, serait perpendiculaire sur chaque bord latéral contigu à chacun de ces angles ; car il faut que notre prisme à base rhombe substitué ait cette propriété, pour que nous puissions ensuite le changer en un octaèdre à pyramides droites, et à base rectangle oblongue.

Nous allons faire voir que la forme de la soude boratée a cette propriété ; mais pour cela nous serons forcés de nous écarter un peu des données de M. Haüy. Nous allons les extraire de son Traité, t. II, p. 367. Il fait d'abord la largeur du plus grand plan latéral $=\sqrt{48}$; (c'est Ey, *pl.* 39. *f.* 154), puis le cosinus (Ay) de la plus grande incidence de la base sur la plus petite face latérale $=2$, le sinus correspondant étant comme la grande largeur (Ey) ci-dessus $=\sqrt{48}$; la largeur ($E\dot{E}$) du plus petit plan latéral $=\sqrt{45}$; et enfin la hauteur (Ex) de la plus grande face latérale $=\sqrt{14}$.

En considérant ces différentes valeurs qui déterminent la forme de la soude boratée, on est porté à soupçonner que le célèbre Haüy a employé, pour les obtenir, une série de radicaux $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{16}$, combinée d'une manière particulière. Le cosinus de la plus grande incidence de la base sur la face latérale étroite, serait $=1$; mais comme les valeurs ci-dessus donnent pour le rapport entre ce cosinus et le sinus du même angle $2:\sqrt{48}$ qui revient à $1:\sqrt{12}$, il s'ensuit que le sinus (Ey) $=\sqrt{12}$; le rayon (AE) de ce même angle serait $=\sqrt{12+1}$ $=\sqrt{13}$; la hauteur (Ex) de la plus grande face qui était ci-dessus $=\sqrt{14}$ deviendrait $=\frac{1}{2}\sqrt{14}$; enfin le rapport entre les largeurs (EE' et Ey) des deux faces, qui était ci-dessus $::\sqrt{45}:\sqrt{48}$, revient à celui-ci $\sqrt{15}:\sqrt{16}$. On voit donc que toutes les valeurs que M. Haüy donne à la forme de la soude boratée paraissent avoir été combinées sur la série $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{16}$. Or, d'après les données de M. Haüy, la valeur du bord latéral (Ee) serait $\sqrt{\frac{91}{6}}$; car en appelant m ce bord latéral, on peut le calculer

par deux triangles semblables (AEy et Eex) qui donnent cette proportion :
$\sqrt{48}:\sqrt{48+2^2}::\sqrt{14}:m$, ou $\sqrt{12}:\sqrt{13}::\sqrt{14}:m$;
donc $m=\sqrt{\frac{13\times 14}{12}}=\sqrt{\frac{182}{12}}=\sqrt{\frac{91}{6}}$.

Admettons maintenant que l'on puisse altérer cette valeur de m, et qu'au lieu de $m=\sqrt{\frac{91}{6}}$ on fasse $m=\sqrt{\frac{96}{6}}=\sqrt{16}=4$, valeur qui donnerait à la hauteur (Ex) une autre valeur $=\sqrt{\frac{192}{13}}$, au lieu de $\sqrt{14}$ qui est la même chose que $\sqrt{\frac{182}{13}}$; alors la loi de décroissement qui donne un plan secondaire semblable à la base serait $\overset{1}{C}$. Cette loi correspond à celle $\overset{2}{A}$ qui aurait lieu dans le cas où l'on aurait changé la forme primitive actuelle, en un prisme oblique à base rhombe semblable à celui du pyroxène et de l'amphibole; mais alors la perpendiculaire menée de cette extrémité d'un bord latéral qui joint un angle solide obtus, au bord latéral opposé, ne rencontrerait pas ce dernier bord à son extrémité, mais au milieu. Cette circonstance, au reste, ne changerait rien à la parfaite égalité géométrique des plans secondaires exprimés par des formules différentes dans ce système de cristallisation; seulement les formules qui donneraient les faces correspondantes seraient un peu changées. Cependant, si on préférait que dans la soude boratée, ainsi convertie en un parallélipipède oblique analogue à celui de l'amphybole, le plan secondaire semblable à la base fût aussi, comme dans l'amphybole, produit par la loi $\overset{1}{A}$, il suffirait pour cela de réduire à moitié la hauteur de la forme primitive, et, en conservant toutes les expressions de M. Haüy pour les autres dimensions, de faire $m=2$ au lieu de $m=4$ comme ci-dessus, ce qui ferait la hauteur (Ex) de la face latérale plus large $=\sqrt{\frac{48}{13}}$, valeur qui est la moitié de celle $\sqrt{\frac{192}{13}}$ donnée ci-dessus, et qui d'ailleurs $=\sqrt{\frac{96}{26}}$ peu différente de celle $\frac{1}{2}\sqrt{14}=\sqrt{\frac{91}{26}}$.

La loi de décroissement, qui donnerait un plan secondaire semblable à la base adaptée au prisme rectangulaire oblong de la chaux boratée, serait $\overset{\frac{1}{2}}{C}$.

Nous ne discuterons pas ici si dans le changement que nous avons fait aux rapports établis par M. Haüy, nous avons outre-passé les limites convenables; car, quoique cette substance puisse admettre, plus que toute autre, des corrections plus grandes que d'autres cristaux plus rigoureusement déterminés, cependant nous ne pouvons encore être assurés d'avoir beaucoup mieux défini le caractère géométrique de la soude boratée après cette correction d'une seule de ses valeurs; et il suffit pour cela d'examiner toutes les autres. En effet, sans parler de ces rapports $\sqrt{12}:\sqrt{13}$; $\sqrt{15}:\sqrt{16}$ qui ne sont pas de toute certitude, on a de fortes raisons de douter que la forme de la soude boratée, telle que nous la déterminons, soit la véritable, lorsqu'on la compare avec la forme du pyroxène; car il résulterait de cette comparaison, que dans l'une et l'autre, la base est également inclinée sur le bord latéral ou la face qui en tient lieu. En effet, dans l'une et l'autre, le sinus et le cosinus de cette incidence sont entre eux comme $1 : \sqrt{12}$. Or, cette identité d'angle paraît ici peu probable ; et ce soupçon semble même être confirmé par l'épreuve de la mesure des angles. Nous avons mesuré cet angle de la soude boratée, d'après l'invitation même de M. Haüy, et la mesure qu'il en donne dans sa description, nous a constamment paru trop faible de quelques degrés. Au reste, cette mesure même que nous avons obtenue, n'est pas non plus absolument certaine ; car les cristaux de soude boratée étant sujets à perdre une partie de leur eau de cristallisation, il en résulte que ses faces se tourmentent et subissent des dérangemens qui causent, peu à peu, des altérations dans les angles.

Nous terminons ici ce que nous avions à dire sur la soude boratée, et en général, sur différens genres de parallélipipèdes auxquels on peut substituer des octaèdres à pyramides droites et à base rectangle oblongue.

Les octaèdres à pyramides droites et à base rhombe, peuvent aussi être rapportés à nos octaèdres à base rectangle oblongue.

On a vu que le nombre de ces formes est déjà considérable ; cependant nous croyons devoir y rapporter encore un autre genre de formes toujours prises parmi les formes primitives de M. Haüy. Parmi ses octaèdres primitifs, il ne nous reste plus à examiner que *les octaèdres à pyramides droites et à base rhombe, ou rhomboïdale*. Le soufre, avec l'arsenic sulfuré et la soude carbonatée, ont des formes primitives octaèdres à base rhombe, et le cuivre carbonaté avec

avec l'ammoniure de cuivre présentent un exemple d'octaèdre à base rhomboïdale.

Ces formes n'ayant point de ligne principale à laquelle, pour ainsi dire, toutes leurs parties se rapportent ; c'est-à-dire, n'ayant point d'axe, me paraissent peu propres à représenter des formes primitives. On peut, il est vrai, regarder comme un axe la ligne qui joint deux angles solides opposés quelconques ; mais on est absolument libre de préférer l'une ou l'autre de trois directions différentes : ce choix est entièrement arbitraire, et n'est pas indiqué par la nature.

D'ailleurs le changement de ces octaèdres à base rhombe en octaèdre à base rectangle oblongue est extrêmement facile. Il suffit pour cela de supposer quatre plans parallèles aux quatre bords qui se réunissent en un même angle solide, chacun d'eux étant également incliné sur les deux faces adjacentes ; ces quatre plans formeront un octaèdre à base rectangle oblongue : on peut de même ramener celui-ci au premier, en menant quatre plans dont chacun passe par deux perpendiculaires abaissées du sommet sur le côté de la base dans deux faces adjacentes de la même pyramide. On voit donc que l'on peut faire dériver les octaèdres à base rhombe des octaèdres à base rectangle oblongue.

Il n'en est pas de même des octaèdres à base rhomboïdale.

Au contraire, les octaèdres à base rhomboïdale ayant une forme bien plus irrégulière encore que ceux à base rhombe, ne peuvent dériver des octaèdres à base rectangle oblongue, ou bien on serait forcé de ne pas laisser subsister, dans la forme substituée, l'égalité entre les parties qui sont égales dans la première forme, égalité qui doit toujours être conservée. Aussi nous regardons cette forme, dont il n'y a qu'un seul exemple dans l'ouvrage de M. Haüy, comme étant absolument étrangère aux formes primitives dont nous avons traité jusqu'à présent, et nous nous réservons d'en parler ailleurs.

La soude carbonatée n'étant pas assez connue, doit être négligée.

Nous devons donc écarter le cuivre carbonaté bleu, et nous pouvons de même négliger la soude carbonatée ; car M. Haüy s'est borné à rapporter les mesures d'angles que Romé de Lisle en a données, et nous ne pensons pas que sa forme puisse être regardée jusqu'ici comme suffisamment déterminée. Nous n'avons donc plus à nous occuper que du soufre.

Il ne reste que le soufre en octaèdre à base rhombe.

M. Haüy, pour déterminer la forme de cette substance, a donné plusieurs rapports géométriques partiels, très-simples et exprimés en nombres entiers. Mais lorsqu'on veut réduire ces différens rapports à un seul rapport général, on s'écarte beaucoup de la simplicité. En effet, suivant M. Haüy, les diagonales du rhombe qui sert de base sont entre elles $::5:4$; et la hauteur d'une pyramide est à la perpendiculaire du centre sur la base $::3:1$.

Si on nomme D et d les deux demi-diagonales de la base, et p la perpendiculaire du centre sur un côté de la base; on aura $p\times\sqrt{D^2+d^2}=D\times d$, chacun de ces deux termes étant l'expression de la moitié de la surface de la base.

Donc on a $p=\frac{D\times d}{\sqrt{D^2+d^2}}$, et en admettant comme ci-dessus $D=5$ et $d=4$, on aura

$$p=\frac{5\times4}{\sqrt{5^2+4^2}}=\frac{20}{\sqrt{41}}=20\sqrt{\frac{1}{41}}.$$

Si on appelle a la hauteur de la pyramide, on a $a=3p$, ou $a=60\sqrt{\frac{1}{41}}$.

Si on suppose que ce soient les diagonales entières dont les valeurs soient 5 et 4, on aura $D=\frac{5}{2}$; $d=2$; $p=10\sqrt{\frac{1}{41}}$; $a=30\sqrt{\frac{1}{41}}$; d'où l'on pourra conclure $D:p:a::\sqrt{41}:4:12$; et $d:p:a::\sqrt{41}:5:15$; ou enfin, $D:d:p:a::\sqrt{1025}:\sqrt{656}:20:60$; ou $::\frac{\sqrt{41}}{4}:\frac{\sqrt{41}}{5}:1:3$.

Le soufre doit nécessairement avoir un axe en raison de sa double réfraction.

La réfraction double du soufre prouve incontestablement que ses cristaux doivent avoir un axe ; car nous savons que la route de l'aberration de la lumière dans ce phénomène, est l'axe cristallin, du moins nous pouvons le conclure de plusieurs autres exemples par analogie. Or quoique nous n'ayons pas encore d'observations pour déterminer dans le soufre la véritable direction de l'aberration de la lumière, et en même tems son axe cristallin, la certitude seule que nous avons que cette substance a la double réfraction, suffit pour nous faire conclure que la forme primitive de ses cristaux est du genre de celles qui ont un axe bien déterminé, ce qui rend encore plus admissible le changement que nous avons proposé de la forme octaèdre à base rhombe en un octaèdre à base rectangle oblongue.

Observations sur la forme de l'antimoine sulfuré.

Il ne sera pas non plus étranger à notre sujet de dire ici quelques mots sur la forme de l'antimoine sulfuré. M. Haüy a annoncé qu'il ne pouvait pas encore déterminer rigoureusement sa forme; mais les indications géométriques qu'il donne sont relatives à une forme primitive octaèdre à base rhombe. En effet, cet illustre savant a établi que le rapport entre le sinus et le cosinus de l'angle aigu de la base était $\sqrt{13} : \sqrt{14}$; et le rapport entre la perpendiculaire menée du centre sur le côté, et la hauteur de la pyramide comme 2 : 3; et il a été conduit à ces rapports par l'observation des plans pyramidaux qui terminent les cristaux. Néanmoins, M. Haüy a regardé ces plans pyramidaux comme secondaires, et il a pensé que la forme primitive devait être un octaèdre à base rectangle oblongue. Ainsi, cette description de l'antimoine sulfuré nous paraît présenter un exemple du changement d'un octaèdre à base rhombe en un octaèdre à base rectangle.

Règles pour substituer nos octaèdres droits à base rectangle oblongue aux différentes formes indiquées.

Après avoir ainsi parcouru toutes les formes que nous croyons pouvoir associer aux octaèdres à pyramides droites à base rectangle, il faut que nous fassions connaître la marche qu'il convient de suivre pour substituer ces octaèdres à toutes ces autres formes.

Incertitude que l'on rencontre.

Dans cette substitution on a souvent une sorte d'incertitude qui provient de l'embarras où l'on est de déterminer, dans la forme que l'on veut changer, les véritables plans qui doivent devenir les faces de l'octaèdre substitué. Il faudrait pour cela que cette forme ne présentât que deux couples de plans; mais ce cas

est assez rare, et il est bien plus ordinaire d'y rencontrer trois couples de plans entre lesquels il faut choisir, en adopter deux, et rejeter le troisième. Nous allons en donner un exemple dans la baryte sulfatée.

Exemple dans la baryte sulfatée.

D'abord les plans *M* et *M* (*pl.* XXXV *fig.* 107 *et suiv.*) ou les côtés du prisme qui est la forme primitive adoptée par M. Haüy, doivent certainement être l'un des deux couples des plans de l'octaèdre primitif; leur nature, essentiellement primitive, est démontrée non-seulement parce qu'ils sont des directions d'un clivage parfaitement net, mais encore parce qu'ils ont une foule de rapports géométriques avec les autres plans.

Pour constituer les deux autres plans de l'octaèdre primitif, on serait d'abord tenté de choisir les faces *d* et *d* (*fig.* 108 *et* 109), mais pour peu que l'on étudie tout le système cristallin de la baryte sulfatée, on reconnaît bientôt que ces plans ne sont pas convenablement placés pour qu'on puisse en faire dériver toute la série des autres plans secondaires.

Mais il y a d'autres plans qui peuvent leur disputer avec avantage cette fonction de plans primitifs. Les uns proviennent de la loi de décroissement $\overset{1}{A}$ et les autres de la loi $\overset{1}{E}$. Les plans $\overset{1}{A}$ n'étaient pas encore connus de M. Haüy lorsqu'il a publié son grand traité, aussi ils n'y sont pas décrits; mais ce savant a eu plusieurs occasions de les observer depuis, et ils se rencontrent dans un grand nombre de variétés nouvelles qu'il doit publier. Les plans $\overset{1}{E}$ sont les faces *o* (*fig* 112 *et* 113). Les uns et les autres paraissent convenir également pour constituer la forme primitive, et il n'est pas facile de se décider dans le choix.

En général, supposez un octaèdre à pyramides droites à base rectangle oblongue, composé de deux couples de plans de manière que deux plans opposés contigus au même sommet correspondent à un autre couple de plans contigus au sommet inférieur, et que les deux autres plans opposés qui séparent les premiers correspondent également à un autre couple de plans; par les quatre bords terminaux (ceux qui se réunissent au sommet), soient menés deux nouveaux plans, chacun d'eux passant par deux de ces bords qui sont opposés, ce troisième couple de plans, ou leurs parallèles, pourront être substitués à l'un des deux premiers couples dans l'octaèdre, et il en résultera un autre octaèdre dont on pourra faire dériver tous les plans secondaires de la même manière que du premier.

Liaisons qui existent entre les trois octaèdres que l'on peut obtenir. Leurs rapports seront inverses.

C'est-là le rapport qui existe entre les plans M, $\overset{1}{A}$ et $\overset{1}{E}$ de la baryte sulfaté. Si deux quelconques de ces couples de plans forment un octaèdre, le troisième couple sera parallèle aux deux sections par deux bords terminaux opposés et par l'axe. Chaque couple de plan combiné avec l'un ou avec l'autre des deux autres couples pour former un octaèdre, conservera dans ces deux octaèdres les angles linéaires qui lui sont propres. Les triangles qu'il formera dans l'un ou l'autre de ces deux octaèdres seront semblables, mais dans une

position opposée et inverse. Les sinus et cosinus des incidences des plans dans chaque combinaison octaèdre seront exprimés par les mêmes valeurs, mais dans un rapport inverse, comme on le verra par le tableau suivant, et les notes qui y sont jointes.

Cette difficulté dans le choix sera résolue ailleurs.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur les motifs de préférer un plan à un autre, pour composer la forme primitive; car ce sont deux choses différentes de fixer la position de la forme primitive, ou de déterminer le caractère géométrique principal d'une forme primitive dont on a reconnu la position. Nous nous occuperons ailleurs des moyens de résoudre ces difficultés qui peuvent encore entraîner de l'incertitude dans le choix des plans primitifs.

Règles générales qui peuvent guider. Le clivage n'est pas un motif de préférer un plan à un autre.

Nous nous contenterons d'observer en général que la cassure lamelleuse pourra rarement décider la question. On y parviendra plus sûrement en examinant les couples de plans entre lesquels on a lieu d'hésiter, soit sous le rapport des liaisons plus intimes et moins arbitraires qui peuvent exister entre chacun d'eux, et le couple de plans primitifs déjà trouvé, soit relativement à la facilité d'en faire dériver toute la série des plans secondaires de manière à obtenir de cet examen des considérations qui tendent à la fois à faire admettre l'un et rejeter l'autre. En outre, l'observation du phénomène de la double réfraction pourra servir à déterminer la position de l'axe de la forme cristalline.

Tableau général des caractères géométriques de

Réunissons maintenant en un seul tableau les rapports des sinus au cosinus des incidences des plans à l'axe dans toutes les espèces tous nos octaèdres droits à base rectangle oblongue.

minérales dont la forme primitive doit être rapportée à l'octaèdre à base rectangle oblongue. Dans cette forme, il y a toujours deux couples de plans dont l'incidence à l'axe est différente. Ces deux incidences ont un cosinus commun qui est égal à la moitié de l'axe, leurs sinus seuls sont différens; le rayon dans chacune étant la perpendiculaire menée du sommet sur le côté de la base. Nous appellerons s et s' les deux sinus, et c le cosinus commun.

Tableau des octaèdres à pyramides droites et à base rectangle oblongue.

Potasse nitratée, $s : c :: \sqrt{15} : \sqrt{32}$; $s' : c :: 1 : \sqrt{3}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{45} : \sqrt{32} : \sqrt{96}$.

Plomb carbonaté, $s : c :: \sqrt{3} : \sqrt{8}$; $s' : c :: 1 : \sqrt{2}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{3} : 2 : \sqrt{8}$.

Plomb sulfaté, $s : c :: 1 : \sqrt{2}$; $s' : c :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$;
donc $s : s' : c :: 1 : \sqrt{3} : \sqrt{2}$.

Arragonite, $s : c :: 3 : \sqrt{23}$; $s' : c :: 1 : \sqrt{2}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{18} : \sqrt{23} : \sqrt{46}$.

Baryte sulfatée (1), $s : c :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$; $s' : c :: \sqrt{21} : \sqrt{8}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{12} : \sqrt{21} : \sqrt{8}$.

Strontiane sulfatée (2), $s : c :: 4 : 3\sqrt{3}$; $s' : c :: 8\sqrt{2} : 9$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{48} : \sqrt{128} : \sqrt{81}$.

---

(1) Pour la *baryte sulfatée* nous avons choisi comme primitifs les plans M et $\overset{1}{A}$. Si on préférait prendre les plans M et $\overset{1}{E}$ (les faces *o*. *fig.* 112), on aurait $s : c :: \sqrt{2} : \sqrt{3}$; $s' : c :: \sqrt{7} : 2$, et $s : s' : c :: \sqrt{8} : \sqrt{21} : \sqrt{12}$.

(2) Dans la *strontiane sulfatée* nous avons pris pour plans primitifs M et $\overset{1}{E}$ (les faces *o*, *pl.* 36, *fig.* 121); car plusieurs raisons s'opposent à ce que l'on puisse prendre les plans $\overset{2}{A} = d$. On aurait dans ce cas $s : c :: 9 : 4\sqrt{3}$; $s' : c :: \sqrt{2} : \sqrt{3}$, et $s : s' : c :: 9 : \sqrt{32} : \sqrt{48}$. Mais on pourrait supposer comme primitifs, avec quelque fonde-

Topaze (1), $s : c :: 7 : \sqrt{176}$; $s' : c :: \sqrt{14} : \sqrt{15}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{735} : \sqrt{2464} : \sqrt{2640}$.

Staurotide (2), $s : c :: 3 : \sqrt{2}$; $s' : c :: \sqrt{2} : 1$;
donc $s : s' : c :: 3 : 2 : \sqrt{2}$.

Fer arsenical (3), $s : c :: \sqrt{5} : \sqrt{8}$; $s' : c :: 4 : 3$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{45} : \sqrt{128} : \sqrt{72}$.

Titane silicéo-calcaire (4), $s : c :: \sqrt{32} : \sqrt{5}$; $s' : c :: \sqrt{3} : 1$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{32} : \sqrt{15} : \sqrt{5}$.

Cymophane (5), $s : c :: 1 : \sqrt{3}$; $s' : c :: \sqrt{2} : 1$;
donc $s : s' : c :: 1 : \sqrt{6} : \sqrt{3}$.

Péridot (6), $s : c :: 1 : \sqrt{5}$; $s' : c :: \sqrt{32} : 5$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{5} : 2\sqrt{8} : 5$.

---

ment, les plans $\overset{1}{A}$, qui n'ont pas encore été observés; on aurait alors $s : c :: 9 : 4\sqrt{3}$; $s' : c :: \sqrt{8} : \sqrt{3}$, et $s : s' : c :: \sqrt{81} : \sqrt{128} : \sqrt{48}$.

(1) Pour la *topaze* on a choisi ici les plans M et $n = \overset{2}{E}$ (*Traité* de M. Haüy, *pl.* 44, *fig.* 38); mais M. Haüy a nouvellement donné aussi à la topaze une forme primitive octaèdre, qui est composée des plans $\overset{2}{A}$ et $\overset{2}{E} = n$ de son ancienne description. Dans cet octaèdre on a $s : c :: \sqrt{735} : \sqrt{2464}$; $s' : c :: \sqrt{15} : \sqrt{14} :: \sqrt{2640} : \sqrt{2464}$; donc $s : s' : c :: \sqrt{735} : \sqrt{2640} : \sqrt{2464}$.

(2) La forme octaèdre de la *staurotide*, telle que nous l'avons adoptée, se compose des plans M et $\overset{\frac{1}{2}}{A} = r$ (*pl.* 55, *fig.* 148).

(3) Dans le *fer arsenical* nous avons choisi pour plans primitifs les faces M et $\overset{1}{E} = s$ (*pl.* 75, *fig.* 137).

(4) Dans le *titane silicéo-calcaire* l'octaèdre primitif est composé des plans M et $\overset{1}{A} = n$ (*pl.* 84, *fig.* 224).

(5) Nos plans primitifs dans la *cymophane* sont les faces $\overset{1}{B} = a$ et $\overset{2}{G}\,G^{2} = s$ (*pl.* 42, *fig.* 27). Si au lieu des plans $\overset{2}{G}\,G^{2}$ on voulait substituer les plans $G^{\frac{3}{4}}\,{}^{\frac{3}{4}}G = z$ (*fig.* 28), on aurait pour ces faces sin : cos $:: \sqrt{8} : 3$ et ensuite $s : s'\ c :: \sqrt{5} : \sqrt{8} : 3$.

(6) Les plans primitifs que nous avons adoptés pour le *péridot* sont les faces ${}^{1}G^{1} = n$ et $\overset{\frac{1}{2}}{B} = k$ (*pl.* 60, *fig.* 200). Si on préférait les

Schéelin ferruginé (1), $s : c :: \sqrt{3} : 2$; $s' : c :: \sqrt{3} : 2$;
donc l'incidence de chaque face à l'axe est la même, ce qui fait rentrer cette forme dans les octaèdres à base carrée.

Amphybole (2), $s : c :: \sqrt{29} : \sqrt{8}$; $s' : c :: 1 : \sqrt{14}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{203} : 2 : \sqrt{56}$.

Pyroxène (3), $s : c :: \sqrt{12} : \sqrt{13}$; $s' : c :: 1 : \sqrt{12}$;
donc $s : s' : c :: 12 : \sqrt{13} : \sqrt{156}$.

Grammatite (4), $s : c :: 2 : 1$; $s' : c :: 2 : 7$;
donc $s : s' : c :: 14 : 2 : 7$.

---

faces $d = \overset{2}{C}$, on aurait pour leur incidence à l'axe sin : cos :: $\sqrt{8} : \sqrt{3}$, ou le rapport inverse, suivant qu'on le combinerait avec l'une ou l'autre des deux autres faces ci-dessus. Celles-ci conserveraient chacune leur rapport, mais inverse.

(1) Ce n'est, pour ainsi dire, que par hasard, qu'en examinant les cristaux de *schéelin ferruginé* on reconnait l'égalité des angles entre les deux faces $r = \overset{1}{G}$ et ceux entre les faces $u = \overset{2}{B}$ (*fig.* 229), égalité qui ramène la forme à l'octaèdre à base carrée. Tous les angles des formes secondaires indiqués dans le *Traité* de M. Haüy, d'après des rapports géométriques, s'accordent avec notre conclusion; on ne peut donc croire que cette égalité d'angles provienne de quelque faute d'impression; nous avons d'ailleurs cherché à vérifier cette égalité en mesurant les angles entre les faces r et ceux entre les faces u sur des cristaux de schéelin ferruginé, et nous n'avons trouvé entre eux aucune différence sensible. Cette égalité est donc bien constatée; si elle paraît extraordinaire, cela tient à la manière dont M. Haüy a défini ces cristaux; et il résulte de cette observation que la forme du schéelin ferruginé est un octaèdre à base carrée. Voilà pourquoi nous avons indiqué cette substance à la suite du tableau de ces formes octaèdres.

(2) Il n'y a aucun doute que dans l'*amphybole* les plans primitifs ne soient les faces M, P et $y = \overset{1}{A}$ (*pl.* 54, *fig.* 135).

(3) Il est aussi certain que dans le *pyroxène* les plans primitifs sont les faces M, P et $t = \overset{1}{A}$ (t. 3, p. 85 et *fig.* 138 et 145), qui sont placées d'une manière analogue aux plans primitifs de l'amphybole.

(4) De même dans la *grammatite* les plans primitifs sont M, P et $\overset{1}{A}$ (*pl.* 61, *fig.* 213 à 216).

Nickel sulfaté (1), $s : c :: \sqrt{2} : 1$; $s' : c :: 1 : 3$;
donc $s : s' : c :: 3\sqrt{2} : 1 : 3$.

Soude boratée (2), $s : c :: \sqrt{15} : 4$; $s' : c :: 1 : \sqrt{12}$;
donc $s : s' : c :: \sqrt{45} : 2 : \sqrt{48}$.

On ne peut réunir à ce tableau l'euclase, la stilbite et le soufre, à cause de l'incertitude dans le choix des plans.

Nous n'avons pas compris dans ce tableau, l'euclase, la stilbite, et le soufre, parce que nous n'avons pu encore trouver dans les cristaux de ces substances des considérations assez probables pour nous déterminer dans le choix de leurs plans primitifs. Cependant nous sommes toujours convaincus que la forme primitive de chacune de ces substances doit être rapportée à des octaèdres à base rectangle oblongue.

Il faudrait trouver une loi qui exprimât la réunion des deux couples de plans dans les octaèdres.

Si nous voulions comparer entre eux tous ces rapports qui expriment les caractères des différentes formes de ce genre, ce tableau nous offrirait un vaste sujet d'observations. Mais on pourrait craindre que ce travail fût peu utile; car il y a ici les plus grandes raison de n'employer qu'avec réserve et circonspection les rapports dont il s'agit, la double indication géométrique que nous avons dû donner pour chaque forme pouvant entraîner dans une double erreur. Il faut avant tout, relativement à ces formes, diriger ses recherches vers un but que nous n'avons pas encore atteint

---

(1) Dans le *nickel sulfaté* comme dans les substances précédentes, les plans primitifs sont les faces M, P et $\overset{1}{A}$ (*pl.* 73, *fig.* 115 et 116).

(2) Dans la *soude boratée* (*voyez pl.* 33 et 39, *fig.* 148 à 154), nous avons supposé que le plan $\overset{1}{C}$ avait la même inclinaison que le plan P.

jusqu'à présent, mais que nous croyons devoir indiquer à nos lecteurs. C'est de trouver une loi qui lie entre eux les deux couples de plans de ces octaèdres ; car ce n'est pas par hasard et sans cause que deux rapports inégaux se réunissent ainsi pour composer une forme. La cristallisation d'une substance quelconque est un effet unique et simple, et si elle se compose de plusieurs parties, ces parties sont nécessairement liées l'une à l'autre, et il doit y avoir entre elles une dépendance réciproque, semblable à celle qui existe entre les différens membres d'un corps organisé. La connoissance de la cristallisation est assez avancée aujourd'hui pour que l'on ne puisse plus dire qu'une forme cristalline primitive, composée de plusieurs rapports inégaux, est un résultat dû au hasard ; une pareille opinion paraîtrait aussi ridicule que si l'on supposait un animal composé de parties réunies de plusieurs animaux différens. Mais nous nous sommes contentés de mettre en avant cette question, et nous ne prétendons point la résoudre ici. En indiquant ainsi ce problême, nous désirons surtout éveiller sur cet objet l'attention des savans doués de toutes les connaissances et de toute la sagacité nécessaires pour se livrer à la recherches de ces lois mathématiques, et les exciter à s'en occuper. Plus ils seront instruits en minéralogie et plus ils seront en état de juger du plus ou moins de certitude, du plus ou moins d'importance de chacun de nos rapports dans chaque exemple particulier, et de déterminer jusqu'à quel point chacun d'eux demande à être modifié. Peut-être pourrons-nous quelque jour

entreprendre d'éclaircir cette question, mais ce sera l'objet d'un traité particulier.

Calculs de toutes les lignes et angles des octaèdres droits à base rectangle oblongue, au moyen des rapports entre les sinus et cosinus d'incidences de leur plan à l'axe.

Occupons-nous maintenant de faire voir comment ces rapports que nous avons donnés entre les sinus et cosinus des deux angles d'incidence à l'axe de ce genre d'octaèdres peuvent servir à déterminer toutes les autres propriétés de ces octaèdres, et celles de leurs formes secondaires. Nous avons dit que le cosinus commun des deux angles était le demi-axe de l'octaèdre, et que le rayon pour chaque angle était la perpendiculaire menée du sommet sur le côté de la base qui est opposé à cet angle; nous continuerons d'appeler c le cosinus, s et s' les deux sinus, et de plus nous nommerons r et r' les deux rayons, d la demi-diagonale de la base, l et l' les côtés de la base, et enfin m, un bord terminal quelconque contigu au sommet.

Lignes.

Cela posé, nous aurons $l = 2s'$; $l' = 2s$; l'axe $= 2c$; $r = \sqrt{s^2 + c^2}$; $r' = \sqrt{s'^2 + c^2}$; $d = \sqrt{s^2 + s'^2}$; et enfin, $m = \sqrt{r^2 + s'^2} = \sqrt{r'^2 + s^2} = \sqrt{s^2 + s'^2 + c^2}$; on aurait pu faire aussi $m = \sqrt{d^2 + c^2} = \sqrt{s^2 + s'^2 + c^2}$.

Angles.

Nous pouvons maintenant calculer les angles de ces octaèdres à base oblongue d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour les octaèdres à base carrée.

Angles linéaires du sommet.

Dans la moitié *des angles linéaires* du sommet, ou opposés à la base dans chaque triangle isoscèle, on a pour l'un, cosinus $= r$, et sinus $= \frac{l}{2} = s'$; et pour l'autre, cosinus $= r'$, et sinus $= \frac{l'}{2} = s$; ce que l'on peut exprimer ainsi :

Le rapport du sinus au cosinus dans la moitié de chacun des angles linéaires opposés à la base est :

pour l'un, sin : cos :: s' : r, ou :: s' : $\sqrt{s^2+c^2}$;

pour l'autre, sin : cos :: s : r', ou :: s : $\sqrt{s'^2+c^2}$.

Angles linéaires latéraux.

On en déduira facilement les rapports du sinus au cosinus pour les angles linéaires latéraux entiers dans chaque triangle, puisque l'on aura pour chacun d'eux les rapports inverses ci-dessus, c'est-à-dire :

sin : cos :: r : s' ; et sin : cos :: r' : s.

Angle entre deux plans adjacens et contigus au même sommet.

Cherchons maintenant *l'incidence mutuelle, ou l'angle de deux plans adjacens contigus au même sommet ;* nous calculerons séparément la valeur de ses deux parties ou des deux angles inégaux dont cet angle est la somme. En effet, si par deux bords terminaux opposés, on mène un plan (qui sera vertical), ce plan partagera l'angle dont il est question en deux angles. Déterminons donc séparément la valeur de ces deux angles ou de l'incidence de chaque plan primitif avec ce plan vertical ; la somme de ces deux angles sera l'angle cherché entre deux plans primitifs adjacens contigus au même sommet.

Première moitié de cet angle.

Cherchons d'abord l'angle que notre plan vertical forme avec celui des plans primitifs dont la base est l, et l'apothême est r. Si du milieu de l on mène une perpendiculaire sur le bord terminal m, cette ligne pourra être prise pour le rayon de l'angle cherché ; soit ϱ ce rayon, σ le sinus, et χ le cosinus ; ces trois lignes formeront un triangle (analogue au triangle

mensurateur de M. Haüy), dont les côtés seront faciles à calculer, chacun d'eux faisant aussi partie d'autres triangles déjà connus par d'autres données.

Sinus.

Ainsi, d'abord le *sinus* σ est une perpendiculaire abaissée de l'angle droit sur l'hypothénuse d d'un triangle rectangle composé des lignes d, s et $\frac{l}{2} = s'$, nous aurons donc :

$$\sigma = \frac{s \times s'}{d} = \frac{s \times s'}{\sqrt{s^2 + s'^2}}.$$

Cosinus.

Pour chercher le *cosinus* χ, observons d'abord que le sinus σ étant perpendiculaire sur d, partage cette ligne en deux parties δ et δ' dont on peut trouver la valeur par les deux proportions $d : s' :: s' : \delta$, et $d : s :: s : \delta'$; donc $\delta = \frac{s'^2}{d}$, et $\delta' = \frac{s^2}{d}$.

Maintenant le cosinus χ étant perpendiculaire sur m, hypothénuse du triangle rectangle composé des lignes m, d et c, retranche de ce triangle un petit triangle rectangle qui lui est semblable, et dont l'hypothénuse est δ. Nous aurons donc $m : c :: \delta : \chi$; d'où l'on tire $\chi = \frac{\delta c}{m}$, et subsistuant la valeur de δ, $\chi = \frac{s'^2 \times c}{m \times d}$, et substituant les valeurs de m et d, on a

$$\chi = \frac{s'^2 \times c}{\sqrt{s^4 + s'^4 + 2 s^2 s'^2 + c^2 s^2 + c^2 s'^2}}.$$

Rayon.

Enfin le *rayon* ϱ est une perpendiculaire menée du sommet de l'angle droit sur l'hypothénuse m, dans un triangle rectangle qui est la moitié de notre plan primitif, et qui est composé

des lignes m, r et $\frac{l}{2}=s'$; nous aurons donc
$\varrho=\frac{s'\times r}{m}=\frac{s'\times\sqrt{s^2+c^2}}{\sqrt{s^2+s'^2+c^2}}$.

Le rayon ϱ nous fournit un second moyen de calculer le cosinus χ, car cette ligne ϱ divise la ligne m en deux parties μ et μ' que l'on peut déterminer par ces proportions $m:s'::s':\mu$, et $m:r::r:\mu'$; donc $\mu=\frac{s'^2}{m}$, et $\mu'=\frac{r^2}{m}$; or μ fait partie du petit triangle dont χ est un côté, et que nous avons déjà considéré : on a donc cette proportion $d:c::\mu:\chi$; donc $\chi=\frac{\mu c}{d}=\frac{s'^2\times c}{m\times d}$, même valeur que ci-dessus.

Rapport général.

Donc dans l'angle qui est la première partie de l'incidence que nous cherchons, on a pour le rapport entre le sinus, le cosinus, et le rayon ;
$\sigma:\chi:\varrho::\frac{s\times s'}{d}:\frac{s'^2\times c}{m\times d}:\frac{s'\times r}{m}$, ou $::s\times m:c\times s':d\times r$ (1).

Seconde moitié de cet angle.

Passons à l'autre angle, celui que notre même plan vertical mené par l'axe et le bord terminal, fait avec l'autre plan primitif dont l'apothême est r' et la base l'.

(1) Cette expression des lignes qui servent à mesurer l'incidence mutuelle des deux plans adjacens et contigus à l'axe dans un octaèdre, est, à la vérité, moins simple que celle que nous avons déjà donnée dans ce même Mémoire pour l'octaèdre droit à base carrée, mais elle a l'avantage d'être bien plus générale, puisque celle-ci n'en est qu'un cas particulier. En effet, si dans notre formule ci-dessus on fait $s=s'$, ce qui a nécessairement lieu lorsque la base est carrée, le rapport $s\times m:c\times s':d\times r$, devient $m:c:\sqrt{2}\,r$, comme nous l'avions trouvé.

Le

Le rayon ϱ pourra être une perpendiculaire menée du milieu de la base l' sur le bord terminal m. Ce rayon ϱ formera, avec le sinus σ' et le cosiuus χ' de l'angle que nous cherchons, un triangle que nous pourrons calculer d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour le triangle $\sigma\,\chi\,\varrho$.

Sinus.

D'abord le *sinus* σ' étant une perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypothénuse dans le triangle rectangle formé des lignes d, s' et $\frac{l'}{2}=s$, nous aurons $\sigma'=\frac{s'\times s}{d}$.

Cosinus.

Pour trouver le *cosinus* χ', observons que le sinus σ' divise la ligne d, sur laquelle il est perpendiculaire, en deux parties $\delta'=\frac{s^2}{d}$ et $\delta=\frac{s'^2}{d}$. Or nous avons cette proportion $m:c::\delta':\chi'$; donc $\chi'=\frac{\delta'\times c}{m}=\frac{s^2\times c}{m\times d}$.

Rayon.

Enfin, le rayon ϱ' sera trouvé par une proportion semblable à celle que nous avons employée pour ϱ; on aura donc $\varrho'=\frac{r'\times s}{m}$ (1).

Rapport general.

Donc dans l'angle, qui est la seconde partie de l'incidence que nous cherchons, on aura

(1) Le rayon ϱ' partage la ligne m en deux parties μ'' et $\mu'''=\frac{s^2}{m}$ et $\frac{r'^2}{m}$, ce qui peut fournir un nouveau moyen de calculer le cosinus χ' par cette proportion $d:c::\frac{s^2}{m}:\chi'$, d'où l'on tire $\chi'=\frac{s^2\times c}{m\times d}$ comme ci-dessus.

pour le rapport entre le sinus, le cosinus, et le rayon :

$$\sigma' : \chi' : \varrho' :: \frac{s' \times s}{d} : \frac{s^2 \times c}{m \times d} : \frac{r' \times s}{m}, \text{ ou} :: s' \times m : s \times c : d \times r'.$$

Il est facile ensuite de déterminer les autres angles.

Ayant déterminé l'angle entre deux plans adjacens et contigus au même sommet, il est si facile de trouver tous les autres angles de ce genre de forme, que nous croyons inutile d'entrer dans quelques détails à cet égard.

Tous les calculs déjà donnés peuvent servir pour trouver les formes secondaires.

Tels sont les principes du calcul des formes *octaèdres à base rectangle ;* car il ne faut pas séparer ce que j'ai dit dans ce Mémoire sur les octaèdres droits à base carrée, de ce que je viens d'ajouter concernant les octaèdres droits à base rectangle oblongue. Tous ces principes doivent servir de base au calcul des formes secondaires, qui consiste à déterminer la position géométrique de leurs plans, et à en déduire leurs propriétés géométriques.

On n'a pas besoin d'imaginer de molécules soustractives.

Ce calcul des formes, qui dérivent des octaèdres, peut se faire sans avoir besoin d'employer, comme l'a fait M. Haüy, une forme ou *molécule soustractive*, qui est très-différente de l'octaèdre, puisque c'est un parallélipipède composé de l'octaèdre et de deux tétraèdres appliqués sur deux de ses faces opposées; chacun de ces tétraèdres étant produit par la division mécanique de l'octaèdre lui-même. Nous pensons que la méthode que nous proposons pourrait être préférable, en ce qu'il semble plus convenable de comparer les plans secondaires à l'octaèdre lui-même, plutôt qu'à une forme artificielle, et que c'est par rap-

port à l'un, plutôt que par rapport à l'autre qu'il est intéressant de les définir. De plus, dans cette même méthode, lorsque nous considérerons les formes secondaires, nous ne perdrons jamais de vue l'image de la forme primitive; et l'on verra que les rapports entre les parties secondaires et les parties primitives, peuvent se déterminer facilement par une application des formules précédentes.

On ne s'est pas occupé du tétraèdre, parce que cela était inutile.

Nous pouvions enfin, en traitant soit des rhomboèdres et des dodécaèdres birhomboèdres, soit des octaèdres à base carrée ou rectangle, appliquer nos formules aux tétraèdres que l'on obtient de la division de chacune de ces formes. Mais cette distinction des tétraèdres n'aurait été d'aucune utilité pour nos recherches : en effet, supposons, par exemple, que dans un octaèdre on mène quatre plans verticaux et un plan horizontal; savoir, deux des plans verticaux passant chacun par deux arrêtes terminales opposées; les deux autres, chacun par deux perpendiculaires opposées du sommet sur la base; enfin le plan horizontal passant par la base; ces plans partageront l'octaèdre en seize tétraèdres qui, dans l'octaèdre à base carrée, seront tous semblables, et qui seront de deux espèces, huit de l'une, et huit de l'autre, dans l'octaèdre à base rectangle oblongue. Nous pouvions démontrer dans ces tétraèdres les mêmes propriétés que nous avons reconnues dans les octaèdres; ainsi cette translation de ces propriétés des octaèdres aux tétraèdres eût été au moins inutile, puisqu'on pouvait les observer dans les octaèdres; et en outre, nous devions craindre de paraître, en l'adoptant, attacher trop d'importance à cette dissection de sa forme primitive, ce qui aurait pu faire croire que cette dissection est dans la nature, et que les principes des formes reposent sur ces tétraèdres.

On traitera ailleurs des autres genres de formes.

Nous terminerons ici ce Mémoire ; nous traiterons ailleurs de quelques formes cristallines entièrement différentes de toutes celles dont nous sommes occupés jusqu'à présent. Le feldspath, l'épidote, l'axinite, la chaux sulfatée, et le cuivre sulfaté, nous présenteront des exemples de formes primitives nouvelles. Ces formes, quoique peu nombreuses, sont cependant très-différentes entre elles, et exigent par conséquent des considérations variées ; leur singularité même, et leur peu de rapport avec les autres formes plus régulières, demandent qu'elles soient traitées séparément. Le feldspath nous présentera une forme qui est terminée par huit plans, et qui cependant n'est pas un octaèdre ; l'épidote nous offrira pour la première fois un octaèdre à pyramides obliques et à base rectangle oblongue, forme assez extraordinaire, mais qui est bien constatée ; nous en aurons encore d'autres très différentes. Les lois qui nous serviront à déterminer ces formes s'écartent plus ou moins des lois précédentes ; nous ne conserverons pas toujours le même rapport pour établir leur caractère principal. Toutes ces recherches sont indispensables pour compléter nos connaissances sur les caractères géométriques principaux des formes cristallines, et nous saisirons avec empressement la

première occasion qui se présentera de traiter de ces autres formes qui nous restent à examiner (1).

(1) Nous ajouterons d'abord ici, comme nous l'avons promis, une table des matières contenues dans le Mémoire de M. Weiss, et ensuite une autre table, alphabétique, des espèces minérales dont il est question dans ce même Mémoire. (*Note des Rédacteurs.*)

TABLE DES MATIÈRES

Contenues dans le Mémoire de M. Weiss.

I. *Idées préliminaires.*

II. *Des Prismes hexaèdres réguliers.*

III. *Des Rhomboèdres.*

IV. *Des Octaèdres droits à bases carrées.*

Table alphabétique des espèces minérales dont il est question dans le Mémoire de M. Weiss.

LETTRE

A M. Tilloch, *sur les moyens de prévenir les funestes effets des Mofettes dans les mines de houille ;*

Traduite par M. Patrin (1).

L'auteur, après avoir exposé les dangers qui résultent pour les mineurs, du dégagement des gaz délétères qui se manifestent dans certaines mines de houille, rappelle quelques-uns des moyens qui ont été proposés pour s'en garantir, notamment celui qui a été imaginé par le docteur Trotter, de neutraliser le gaz hydrogène par des moyens chimiques ; et il fait voir que ce moyen serait impraticable en grand, attendu l'énorme quantité de ce gaz qui se dégage journellement, ce qui entraînerait des frais immenses si l'on voulait le détruire par le moyen des réactifs. Il cite encore d'autres expédiens qui peuvent plus ou moins prévenir les funestes effets de ces gaz. Il s'agirait d'employer une lumière dont la chaleur ne fût pas capable de mettre le feu aux gaz inflammables ; ou bien d'environner les lampes ou chandelles d'une atmosphère d'air incombustible, c'est-à-dire, de n'admettre dans la combustion l'air de

(1) Cette Lettre est extraite du *Philosophical Magazine*. (Janvier 1810).