TITRE VII.

Règles générales pour toutes les Exploitations par cavage ou par puits.

52. Lorsqu'une exploitation par puits ou par cavage, de quelque espèce qu'elle soit, sera entièrement terminée, l'exploitant en donnera avis à l'inspecteur-général, qui en fera constater l'état et s'en fera remettre les plans que doivent fournir les exploitans, pour déterminer si on doit en ordonner le comblement, ou faire sauter et affaisser, au moyen de la poudre, des parties menaçantes, ou enfin s'il est nécessaire d'y faire quelques constructions avant de la fermer.

53. Nul exploitant ne pourra faire affaisser, de son chef, aucune carrière, ou partie de carrière, au moyen de la poudre, avant d'en avoir demandé la permission, afin que les inspecteurs des carrières reconnaissent préalablement si toutes les mesures ont été prises pour qu'il n'arrive aucun accident.

TITRE VIII.

Dispositions générales.

54. Toute exploitation de carrières de pierres à bâtir, moellons, pierre à chaux, etc., est interdite dans Paris.

Certifié conforme :

Le Secrétaire-général du Conseil d'Etat, signé, J. G. LOCRÉ.

Certifié conforme :

Le Ministre Secrétaire d'Etat, signé, LE COMTE DARU.

JOURNAL DES MINES.

N°. 201. SEPTEMBRE 1813.

AVERTISSEMENT.

Toutes les personnes qui ont participé jusqu'à présent, ou qui voudraient participer par la suite, au *Journal des Mines*, soit par leur correspondance, soit par l'envoi de Mémoires et Ouvrages relatifs à la Minéralogie et aux diverses Sciences qui se rapportent à l'Art des Mines, et qui tendent à son perfectionnement, sont invitées à faire parvenir leurs Lettres et Mémoires, sous le couvert de M. le Comte LAUMOND, Conseiller d'Etat, Directeur-général des Mines, à M. GILLET-LAUMONT, Inspecteur-général des Mines. Cet Inspecteur est particulièrement chargé, avec M. TREMERY, Ingénieur des Mines, du travail à présenter à M. le Directeur-général, sur le choix des Mémoires, soit scientifiques, soit administratifs, qui doivent entrer dans la composition du *Journal des Mines*; et sur tout ce qui concerne la publication de cet Ouvrage.

MÉMOIRE

Sur la détermination directe d'une nouvelle variété de forme cristalline de Chaux carbonatée, et sur les propriétés remarquables qu'elle présente;

Par M. MONTEIRO.

Lu à la Société Philomatique de Paris, dans sa séance du 24 juillet 1813.

LES cristallographes qui possèdent le véritable esprit de la science qu'ils cultivent, sont bien convaincus que l'art de déterminer rigoureusement les formes cristallines des minéraux, loin de pouvoir être fondé sur une règle ou méthode uniforme (*), ne peut au contraire que dépendre du concours de plusieurs moyens combinés, dont l'ensemble soit propre à fournir les conditions du problème que l'on se propose de résoudre, et dont le choix, dans chaque cas spécial, soit fixé par quelques circonstances particulières au cristal que l'on a entre les mains. Le clivage; les mesures mécaniques; les indications tirées, soit du système de cristallisation auquel chaque cristal se rattache, soit de l'aspect géométrique sous lequel il se présente; celles qui résultent des diverses considérations théoriques, de la relation, par exemple, de certaines parties de la forme secondaire avec certaines parties du noyau, etc.; toutes les autres enfin que peut offrir le sujet envisagé sous tous ses points de vue: tels sont les moyens, aussi variés que féconds, que le cristallographe a en sa disposition, pour remplir le but ci-dessus mentionné. Il n'y a, en un mot, aucune circonstance relative à l'objet en question, sans même en excepter les stries qui déparent souvent les faces des cristaux, laquelle ne puisse devenir, en certains cas, plus ou moins lumineuse entre les mains de celui qui sait en tirer parti.

Ces réflexions rentrent dans cette vérité majeure, que M. Haüy a énoncée, avec l'élégance

(*) La méthode que M. de Bournon a imaginée, dans la vue de simplifier et de faciliter les applications de la sublime théorie de M. Haüy, et qu'il a suivie dans son *Traité complet de la Chaux carbonatée et de l'Arragonite, etc.*, se trouve précisément dans le cas qui vient d'être mentionné.

qui lui est toute particulière, dans son savant Mémoire *sur la simplicité des lois auxquelles est soumise la structure des cristaux*. « Il » existe, dit cet illustre cristallographe, un » art de manier la théorie, en profitant de ces » indications heureuses qu'offre le sujet consi- » déré sous toutes ses faces, et qui sont comme » le fil destiné pour nous diriger, de manière » à éviter les fausses routes dans lesquelles nous » pourrions nous engager, sans ce secours. L'ob- » servation même la mieux faite ne donnant » jamais que des à peu près, nous avons be- » soin d'être éclairés par des considérations » puisées dans la chose elle-même, pour saisir » la limite à laquelle répondent à la fois et la » précision du calcul, et l'expression fidèle des » lois de la nature (*). »

La nouvelle variété de forme déterminable de chaux carbonatée qui a fourni le sujet du présent Mémoire, offre l'un des exemples les plus remarquables que l'on puisse citer, pour faire sentir la justesse des considérations précédentes. Aussi, c'est particulièrement sous ce point de vue que je me propose d'en donner ici la description.

La figure 2 représente la nouvelle variété dont il s'agit. La forme dominante est visiblement celle du *dodécaèdre raccourci* de M. Haüy (*fig.* 3); mais, cette forme se trouve modifiée par de nouvelles faces λ (*fig.* 2), lesquelles remplacent les douze arêtes obliques servant

(*) *Ann. du Mus. d'Hist. nat.*, t. XVIII, p. 188; et *Journ. des Min.*, t. XXXI, p. 182 et 183.

de lignes de jonction entre les pans c (*fig.* 3) et les faces obliques g.

Il eût été extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, de parvenir à déterminer ces nouvelles faces λ (*fig.* 2), par la simple voie de tâtonnement, sur les cristaux qu'offre l'échantillon que j'avais entre les mains. La petitesse de ces faces, celle des pans c, la déviation de niveau que présentent plusieurs de ces pans, le bombement qu'affectent en général les faces obliques g, et sur-tout le groupement, ou plutôt l'empilement des petits cristaux, eussent été autant d'obstacles à la possibilité d'obtenir des mesures mécaniques assez précises, pour permettre de compter sur la détermination qui en résulterait.

Cependant, ces mêmes faces λ, que l'on doit sans doute envisager comme indéterminables, lorsqu'on se renferme dans le cercle étroit des seules ressources fournies par les mesures mécaniques, sont devenues susceptibles de la détermination la plus rigoureuse, indépendamment de ces mêmes mesures, à l'aide de la méthode directe que je vais exposer.

Deux observations fort simples fixent, d'une manière incontestable, la position des faces dont il s'agit, par rapport au noyau. La première de ces observations consiste en ce que l'intersection de l'une des deux faces λ, adjacentes et tournées vers le même sommet du cristal, avec le pentagone contigu à l'autre, (quand elle a lieu) est parallèle à l'apothême du même pentagone. Ce parallélisme devient visible, au moyen d'un accident très-commun aux faces de l'équiaxe, savoir les stries parallèles à leurs petites diagonales, auxquelles petites diagonales correspondent les apothêmes des pentagones de la variété qui nous occupe. L'on voit effectivement, sur quelques-uns des cristaux que j'ai examinés, l'intersection ci-dessus indiquée; et elle est parfaitement parallèle aux stries du pentagone correspondant.

L'autre observation se rapporte au parallélisme des deux bords de jonction d'une même face λ avec les faces c et g qui lui sont adjacentes, c'est-à-dire, les deux bords analogues à ceux qui sont indiqués par les lettres x et z (*fig.* 4), la face λ étant prise pour exemple. Si ce parallélisme n'est pas bien rigoureux sur quelques cristaux, cela tient visiblement, soit aux imperfections de l'une ou de plusieurs des trois faces dont il dépend, soit à la rencontre de λ avec la face g''. Mais, sur les cristaux où ces causes d'anomalie n'ont pas lieu (et la majeure partie de ceux qu'offre le morceau que j'examinai sont dans ce cas), le parallélisme en question, loin d'être équivoque, se trouve le plus parfait que l'on puisse désirer.

Les deux observations qui viennent d'être indiquées, sont confirmées à la fois par un accident, que j'ai observé sur l'un des cristaux de l'échantillon ci-dessus mentionné. De deux faces λ (*fig.* 2), adjacentes et tournées vers le même sommet dudit cristal, l'une étant devenue presque nulle, l'autre a pris la forme d'un rhombe. Or, les cristallographes sentiront facilement que cette forme n'est qu'une conséquence nécessaire des deux sortes de parallélisme citées plus haut, pourvu seulement que la face en question ait pris un égal accroissement dans le sens de deux quelconques de ses bords contigus.

Maintenant, si l'on se borne à considérer, par exemple, la face λ (*fig.* 4), l'on déduira du parallélisme de ses deux bords *x* et *z*, qu'elle-même est parallèle à l'arête de jonction du pan *c* (*fig.* 3) avec la face oblique *g*. Nous n'aurons donc qu'à déterminer, par rapport au noyau, la position de cette arête, pour fixer, relativement au même noyau, la position d'une ligne sur le plan de la face λ (*fig.* 4).

Soit *a s* (*fig.* 5) le noyau. Tirez des points *b* et *f* au milieu de *d s* les deux droites *b h* et *f h*: le plan *b f h* sera parallèle au pan *c* (*fig.* 3). Tirez (*fig.* 5) du milieu de *a b* au milieu de *f d*, et du milieu de *f d* au milieu de *f t*, les droites *i l* et *l m*: le plan qui passera par ces deux lignes sera aussi parallèle à la face oblique *g* (*fig.* 3). Les plans *b f h* (*fig.* 5) et *i l m* passant tous les deux et par le point *c* et par le point *n*; *c n* sera leur intersection commune, et par conséquent parallèle à celle du pan *c* (*fig.* 3) avec la face oblique *g*. Il y aura donc, sur le plan de la face λ (*fig.* 4), une ligne parallèle à *c n* (*fig.* 5).

D'une autre part, le parallélisme qui aurait lieu (si la face λ (*fig.* 4) et le pentagone *g'* s'entrecoupaient) entre l'intersection commune de ces faces et l'apothême du pentagone *g'*, détermine sur λ, relativement au noyau, la position d'une seconde ligne qui croise la première. Cette ligne sera évidemment parallèle à l'arête *a b* (*fig.* 5) du noyau, puisque l'apothême du pentagone *g'* (*fig.* 4) coïncide lui-même avec cette arête. Cela posé, menons par

les points *c* et *n* (*fig.* 5), et parallèlement à *a b*, les droites *q r* et *o p*, et joignons-les par les lignes *q o* et *r p*: le plan *q o p r* sera parallèle à la face λ (*fig.* 4), dont la position, par rapport au noyau, se trouvera par là fixée.

Cette position nous fait connaître *à priori* la loi de décroissement d'où résulte la même face λ. D'abord, il est manifeste que le terme de départ du décroissement est le bord inférieur *d f* (*fig.* 5) du noyau (*). Ensuite, il est facile de déduire du rapport de *f p* à *f t*, comparé à celui de *r f* à *a f*, que ce décroissement a lieu par trois rangées en largeur sur la face primitive *a b d f*. Ainsi, la loi de décroissement en question sera $\overset{3}{D}$; et cette détermination est générale, quel que soit d'ailleurs le rhomboïde que l'on considère comme noyau. De plus, il en résulte que les nouvelles faces λ (*fig.* 2), considérées seules et convenablement prolongées, composent la surface d'un dodécaèdre à triangles scalènes (*fig.* 6) du genre du métastatique. Si jamais l'on rencontre

(*) Averti par ce résultat, j'ai pu apercevoir que les faces λ (*fig.* 2) sont généralement marquées de stries à peine sensibles, qui se dirigent dans le sens des bords inférieurs du noyau. Ces stries sont visiblement parallèles aux apothêmes des pentagones, aux apothêmes, dis-je, qui coïncident avec les bords supérieurs respectivement opposés aux bords inférieurs, sur lesquels les mêmes faces sont censées naître. Faisant passer un plan coupant pardessous un angle solide analogue à *o* (*fig.* 4), suivant la direction indiquée par les stries correspondantes des quatre faces dont ledit angle se compose, j'ai mis à découvert une face de clivage fort nette, dont la figure se rapportait sensiblement à celle du rhombe primitif.

la chaux carbonatée sous cette forme, la nouvelle variété qui en proviendra, pourra prendre le nom de *ternaire*, dont je me servirai en attendant pour désigner, dans le cours de ce Mémoire, le nouveau dodécaèdre qui la représente. Enfin, notre nouvelle variété de chaux carbonatée (*fig.* 2), rapportée au noyau (*fig.* 1), aura pour signe représentatif $\begin{matrix} \overset{2}{e} & \overset{3}{D} & \underset{1}{B} \\ c & \lambda & g \end{matrix}$.

Nous venons de voir que les faces λ (*fig.* 2) ont pu être déterminées avec toute la rigueur géométrique, indépendamment des mesures mécaniques. Nous observerons à présent que la même chose pourrait encore avoir lieu à l'égard des autres faces (si elles n'étaient pas connues), qui concourent à compléter la forme cristalline que nous décrivons; et qu'en conséquence cette forme serait elle-même déterminable *à priori*, à l'aide des seules considérations théoriques. En effet, quant aux six faces obliques *g*, on aurait remarqué au premier abord, en concevant ces faces prolongées jusqu'à leur rencontre, qu'elles forment un rhomboïde beaucoup plus obtus que ne l'est celui qui sert de noyau. Cette seule remarque, jointe à l'observation des stries très-sensibles, existant sur les mêmes faces, et parallèles à leurs respectifs apothêmes, aurait suffi pour faire connaître la loi de décroissement $\underset{1}{B}$, d'où elles dérivent. Pour ce qui regarde les pans *c*, leur position verticale à la place des six angles latéraux du rhomboïde qui résulterait du prolongement convenable des faces *g*, aurait donné

la loi de décroissement dont ils dépendent, savoir $\overset{2}{e}$. Enfin, la division mécanique, très-facile à opérer dans le sens indiqué par les stries, serait venue à l'appui de ces deux résultats.

Je passe à l'indication des nouvelles incidences que j'ai déterminées par le calcul. Elles se rapportent assez bien aux mesures prises à l'aide du goniomètre, pourvu que l'on sache adapter, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, la manière de se servir de cet instrument à la nature des circonstances qui en rendent l'usage plus ou moins difficile dans le cas présent (*). Les cristallographes savent fort bien que les mêmes cristaux, qui ne se prêtent point à des mesures mécaniques assez précises pour servir de base à la détermination *à posteriori* d'une face donnée, suffisent souvent pour en offrir de propres à confirmer la détermination *à priori* de la même face.

(*) Pour mesurer, par exemple, l'inclinaison de la face λ (*fig.* 2) sur *g*, il faut appliquer l'alidade correspondante à la face *g*, de manière à ce qu'elle repose sur la portion de cette face qui répond à son apothême, auquel cas elle laissera un jour très-sensible vers l'arête de jonction des deux faces. Si l'on avait voulu faire disparaître ce jour, comme cela se fait ordinairement, on aurait obtenu un angle beaucoup trop fort, au lieu que l'angle donné par la première mesure s'accorde assez bien avec l'angle déduit du calcul. Les faces *g* résultant de la loi $\underset{1}{B}$, le bombement qu'elles présentent communément, doit les faire incliner de l'apothême vers les arêtes respectives de jonction avec les faces λ correspondantes; et en conséquence la manière indiquée de se servir du goniomètre, dans ce cas spécial, est dictée par la nature de la chose elle-même.

Le tableau suivant présente les incidences dont il s'agit : elles se rapportent aux *fig.* 3, 4 et 6.

INCIDENCES.	DEGRÉS.	MINUTES.	SECONDES.
de c sur g	102	55	15
— λ — c	148	5	22
— λ — g	134	49	53
— λ — g'	122	50	32
— λ — λ'	155	45	2
— λ'' — λ'''	101	52	52
— λ — λ''	114	18	56

Les cristallographes ne manqueront certainement pas de remarquer que l'angle de 114° 18′ 56″, qui mesure l'incidence de λ sur λ'', est précisément égal à l'angle plan obtus de chaque rhombe de l'équiaxe, ou à l'angle plan obtus répondant au sommet de chacun des pentagones g (*fig.* 2) de notre nouvelle variété de chaux carbonatée. Or, c'est de cette propriété remarquable que dérive le nom d'*amphimétrique* que je lui donne, et qui signifie *mesure située sur deux parties différentes.* J'y ajouterai l'épithète de *raccourcie*, pour indiquer l'aspect sous lequel se présentent généralement les cristaux que j'ai observés, dont les prismes sont très-courts, comme dans la sous-variété *dodécaèdre raccourcie* de M. Haüy.

Il suffit de réfléchir en général sur la variation que doivent subir à la fois, et l'angle plan au sommet de chaque pentagone g, et chacun des angles saillans analogues à l'angle compris par les faces λ et λ'' (*fig.* 4), lorsque le rhomboïde qui sert de noyau varie lui-même, en devenant soit plus, soit moins surbaissé ; pour reconnaître que l'égalité de l'un des premiers angles avec l'un des seconds ne pourra alors avoir lieu, à moins que le dodécaèdre ternaire ne soit remplacé, dans chaque cas spécial, par un autre dodécaèdre, résultant d'une loi différente et particulière au même cas. La variation des angles ci-dessus indiqués marche dans deux sens opposés : tandis que les premiers augmentent, les seconds diminuent, et *vice versâ.*

Cette considératiou amène naturellement un problème cristallographique très-curieux, que l'on peut énoncer de cette manière : *Un rhomboïde quelconque étant donné comme noyau, déterminer si, parmi les lois possibles de décroissement sur les bords inférieurs, il y en a toujours une, propre à produire un dodécaèdre où la propriété dont il s'agit se trouve réalisée; ou bien, si cela n'a lieu que dans le cas de certains rhomboïdes seulement pris pour noyaux, et quels sont alors en général ces rhomboïdes.* En voici la solution.

Le rapport du cosinus au sinus de la moitié de chaque angle plan au sommet du rhomboïde B, peut être représenté en général par le rapport de la semi-diagonale oblique à la semi-diagonale horizontale de l'un de ses rhombes, ou par $\sqrt{g^2+p^2} : 2g$ (*).

D'une autre part, le rapport du cosinus au sinus de la moitié de l'angle qui mesure l'incidence de chaque face de l'une des deux pyramides d'un dodécaèdre quelconque, que je représenterai en général par $\overset{n}{D}$, sur la face adjacente de l'autre pyramide, est exprimé par la formule,

$$(n-1)\sqrt{g^2+p^2} : (n+1)\sqrt{3p^2-g^2} \text{ (**)},$$

$$\text{ou par } \sqrt{g^2+p^2} : \frac{n+1}{n-1}\sqrt{3p^2-g^2}.$$

Or, comme le premier terme des deux rapports est le même de part et d'autre, il faut

(*) Haüy : *Traité de Minér.*, t. I, p. 315 et 316.

(**) Soit (*fig.* 7) $a\,m\,a'\,m'$ la coupe d'un rhomboïde quelconque, effectuée dans le sens du plan des décroissemens sur l'un des bords inférieurs du même rhomboïde ; et supposons que ce bord réponde à l'angle m de la coupe dont il s'agit : $a\,m\,a'\,m'$ sera un rhombe, dont chaque côté coïncidera avec la perpendiculaire entre les côtés opposés du rhombe primitif correspondant ; $m\,g$ sera égale à la semi-diagonale horizontale d'un rhombe primitif, et enfin $a\,g = \sqrt{am^2 - mg^2}$ sera $= \sqrt{\frac{4g^2p^2}{g^4+p^2} - g^2} = \sqrt{\frac{g^2(3p^2-g^2)}{g^2+p^2}}$. Supposons à présent que le bord de la première lame décroissante réponde au point b, et que sa hauteur soit constante et égale à celle d'une simple lame de superposition : la mesure du décroissement sera alors donnée par un nombre entier ou fractionnaire de rangées de molécules soustractives. Du point b je mène $b\,c$ perpendiculaire à $m\,g$, et $b\,e$ parallèle à $a\,m'$, et en même tems égale à une ligne élémentaire analogue à $a\,m'$. Du point e je tire les droites $e\,m$ et $e\,f$, la première au point m, et la seconde perpendiculaire à $m\,g$. Je mène enfin $b\,d$ parallèle à $m\,g$. $e\,m\,f$ sera la moitié de l'incidence à déterminer en général ; $b\,d$ sera une semi-diagonale élé-

que les seconds termes soient égaux, pour que les rapports eux-mêmes le soient aussi. Nous aurons donc, pour exprimer cette condition, l'équation $2g = \frac{n+1}{n-1}\sqrt{3p^2-g^2}$, laquelle se convertit en cette autre :

$$n(2g - \sqrt{3p^2-g^2}) = 2g + \sqrt{3p^2-g^2},$$

d'où l'on tire $n = \frac{3(g^2+p^2)+4g\sqrt{3p^2-g^2}}{5g^2-3p^2}$.

Si l'on examine attentivement cette dernière expression, l'on voit que les valeurs de n qu'elle représente en général, et que je désignerai par n', ne sont admissibles que sous certaines conditions, dont je vais analyser les conséquences par rapport à notre problème.

D'abord il est visible que $3p^2$ ne peut pas être plus grand que $5g^2$, ni plus petit que g^2 ; puisque dans l'hypothèse de $3p^2 > 5g^2$ la valeur de n deviendrait négative, et qu'elle serait imaginaire dans le cas de $3p^2 < g^2$. Je fais donc les deux suppositions extrêmes, c'est-à-dire, celles que l'on doit regarder comme les limites de toutes les suppositions admissibles, dans le cas présent, pour le rapport de g à p. Ces suppositions extrêmes me donnent $3p^2 = 5g^2$, et $3p^2 = g^2$, d'où résultent le *minimum* et le *maximum* des rapports de g à p, savoir, $\sqrt{3} : \sqrt{5}$

mentaire analogue à $m\,g$, et $e\,d$ sera une semi-diagonale élémentaire analogue à $a\,g$. Cela posé, nous aurons :

$$mf : fe :: (n-1)\,g : (n+1)\sqrt{\frac{g^2(3p^2-g^2)}{g^2+p^2}}$$

$$:: (n-1)\sqrt{g^2+p^2} : (n+1)\sqrt{3^2 - g^2}.$$

et $\sqrt{3} : 1$, lesquels me font connaître déjà que les rhomboïdes dont il est ici question, doivent être compris entre celui qui répond au premier rapport $\sqrt{3} : \sqrt{5}$, et le plan horizontal.

Effectivement, si je substitue $\sqrt{3}$ et $\sqrt{5}$ à la place de g et p dans l'équation
$n = \frac{3(g^2+p^2)+4g\sqrt{3p^2-g^2}}{5g^2-3p^2}$, n devient infini; ce qui veut dire que les faces du dodécaèdre $\overset{n'}{\mathrm{D}}$ coïncident alors avec les faces du noyau, ou que le dodécaèdre lui-même s'évanouit. Or, il résulte de là qu'un tel dodécaèdre ne peut pas avoir lieu, à moins que le rhomboïde servant de noyau ne soit plus surbaissé que celui dont les semi-diagonales sont dans le rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{5}$. D'une autre part, l'autre rapport de g à p, savoir $\sqrt{3} : 1$, donnant 120° pour l'angle plan au sommet du rhomboïde qu'il est censé représenter, indique que ce rhomboïde et son équiaxe (*) s'évanouissent, coïncidant tous les deux avec un plan horizontal, et que par conséquent le dodécaèdre $\overset{n'}{\mathrm{D}}$ lui-même ne peut point alors exister. Ce dernier résultat se trouve encore confirmé, en remplaçant g et p par $\sqrt{3}$ et 1, soit dans l'équation
$n = \frac{3(g^2+p^2)+4g\sqrt{3p^2-g^2}}{5g^2-3p^2}$, soit dans le rapport $(n-1)\sqrt{g^2+p^2} : (n+1)\sqrt{3p^2-g^2}$.

(*) Si l'on substitue $\sqrt{3}$ et 1 à p et g dans l'expression générale du rapport entre les semi-diagonales de l'équiaxe, savoir $2g : \sqrt{g^2+p^2}$; on trouve que ce dernier rapport est aussi $\sqrt{3} : 1$.

Dans le premier cas l'on a $n = 1$, et dans le second $(n+1)\sqrt{3p^2-g^2}$ se réduit à zéro : résultats qui indiquent tous deux que le dodécaèdre $\overset{n'}{\mathrm{D}}$ est nul, l'un et l'autre signifiant également que les faces de ce dodécaèdre se confondent aussi avec le même plan horizontal, auquel se réduisent et le noyau et son équiaxe.

Maintenant, j'observe encore que $g\sqrt{3p^2-g^2}$ doit être une quantité rationnelle; et cette nouvelle condition, attachée aux valeurs admissibles de n', va circonscrire davantage les rhomboïdes qui doivent servir de noyaux aux dodécaèdres $\overset{n'}{\mathrm{D}}$, pour que ces dodécaèdres puissent être réalisés par la cristallisation.

En effet, si l'on désigne par m et q deux nombres quelconques entiers, il faudra que l'on ait $g : p :: q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, pour que $g\sqrt{3p^2-g^2}$ soit une quantité rationnelle; et c'est ce que je vais démontrer. L'on ne peut considérer g que comme un nombre entier, ou bien comme le produit d'un nombre entier par un nombre irrationnel, dont le carré soit aussi un nombre entier. Dans la première supposition, il faudrait que $3p^2-g^2$ fût un carré parfait; ce qui peut-être exprimé, r et s désignant des nombres entiers, par l'équation $3p^2-r^2=s^2$, d'où l'on tire $p=\sqrt{\frac{s^2+r^2}{3}}$. On aurait donc

$g : p :: r : \sqrt{\frac{s^2+r^2}{3}}$, proportion qui, étant réduite aux termes les plus simples, rentre nécessairement dans la formule. . . . .

la

$g : p :: q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$ (*); c'est-à-dire, que la supposition que nous venons de faire par rapport à g, se trouverait à la fois incompatible avec la condition dont il s'agit actuellement, et ramenée à l'autre considération qui donne à g

(*) Il est facile de démontrer que la somme de deux quantités élevées, chacune, à la seconde puissance, ne peut pas être un multiple de 3, à moins que les mêmes quantités n'aient ce nombre pour facteur commun. Cela étant, la proportion $g : p :: r : \sqrt{\frac{s^2+r^2}{3}}$ rentre évidemment dans la formule $g : p :: q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, si les quantités s et r n'ont pas 3 pour facteur commun; mais, il reste à prouver que la même chose aura également lieu dans le cas contraire. Si 3 est facteur commun de s et r, il faut que s^2 et r^2 contiennent, chacune, ce facteur 3, élevé à une puissance paire, et de plus un carré parfait. On peut donc représenter s^2 par $u^2.3^n$, et r^2 par $t^2.3^{n'}$, n et n' désignant des nombres pairs; et alors la proportion $g : p :: r : \sqrt{\frac{s^2+r^2}{3}}$ deviendra

$$g : p :: t\sqrt{3^{n'}} : \sqrt{\frac{u^2.3^n+t^2.3^{n'}}{3}}, \text{ ou}$$

$$g : p :: t\sqrt{3^{n'}} : \sqrt{u^2.3^{n-1}+t^2.3^{n'-1}}, \text{ ou}$$

$$g : p :: t\sqrt{3}\times\sqrt{3^{n'-1}} : \sqrt{u^2.3^{n-1}+t^2.3^{n'-1}}$$

Selon que $n-1$ sera égal à $n'-1$, ou plus grand ou plus petit; cette dernière proportion se convertira en celles qui suivent.

$$g : p :: t\sqrt{3} : \sqrt{u^2+t^2}$$

$$g : p :: t\sqrt{3} : \sqrt{u^2.3^{n-n'}+t^2}$$

$$g : p :: t\sqrt{3}\times\sqrt{3^{n'-n}} : \sqrt{u^2+t^2.3^{n'-n}}.$$

Or, il est visible que ces trois proportions rentrent dans la formule $g : p :: q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$.

la

la forme de $r\sqrt{v}$, v indiquant un nombre entier et tel que $\sqrt{v}$ soit une quantité irrationnelle. Maintenant, si l'on adopte cette dernière considération, il faudra que l'équation $\sqrt{3p^2-r^2v}=\sqrt{s^2v}$ ait lieu, d'où l'on déduit $p=\sqrt{\frac{v(s^2+r^2)}{3}}$, et par conséquent l'on aura

$$g : p :: r\sqrt{v} : \sqrt{\frac{v(s^2+r^2)}{3}}, \text{ ou}$$

$$g : p :: r : \sqrt{\frac{s^2+r^2}{3}}, \text{ proportion identique}$$

avec celle qui est résultée de la première supposition, et qui rentre, comme je l'ai dit, dans la formule $g : p :: q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$. Ce n'est pas tout: le rapport de g à p, exprimé en général par $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, pouvant être converti en $\sqrt{3} : \sqrt{\frac{m^2+q^2}{q^2}}$, et devant être en même tems plus grand que celui de $\sqrt{3} : \sqrt{5}$; l'on aura $\sqrt{\frac{m^2+q^2}{q^2}} < \sqrt{5}$, ou $m^2 < 4q^2$, ou enfin $m < 2q$: résultat qui achève de fixer, d'une manière générale, les seuls rhomboïdes propres à servir de noyaux aux dodécaèdres originaires des décroissemens sur les bords inférieurs, lorsqu'ils offrent la propriété d'avoir chacun de leurs angles saillans vers les arêtes de jonction des faces correspondantes des deux pyramides, égal à l'un des angles plans aux sommets des équiaxes de leurs noyaux respectifs.

Les rhomboïdes dont il s'agit seront en général tous ceux dont les semi-diagonales auront, pour chacun, un rapport susceptible de rentrer dans la formule $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, m^2

étant plus petit que $4q^2$, ou m plus petit que $2q$ (*).

Ainsi, pour chaque rhomboïde qui se trouvera dans le cas que je viens de désigner, et que l'on voudra prendre pour noyau, il y aura toujours, parmi les lois possibles de décroissement sur les bords inférieurs du même rhomboïde, une loi particulière capable de produire un dodécaèdre jouissant de la propriété ci-dessus mentionnée; et cette loi sera donnée par une fraction, dont le numérateur sera égal au triple du carré de l'arête, plus le quadruple du sinus du petit angle de la coupe principale, et dont le dénominateur sera égal à la différence entre le quintuple du carré de la semi-diagonale horizontale et le triple du carré de la semi-diagonale oblique. Telle est la solution du problème proposé plus haut.

Mais je vais encore plus loin, et je dis que, pour chaque loi possible de décroissement sur les bords inférieurs du rhomboïde pris en général comme noyau, il y aura aussi toujours un rhomboïde particulier, du genre de ceux que j'ai désignés par la formule $q\sqrt{3}:\sqrt{m^2+q^2}$, m^2 étant plus petit que $4q^2$, lequel servant de

(*) Je remarquerai, en passant, que le sinus du petit angle de la coupe principale de chacun de ces rhomboïdes, ainsi que le tiers de son axe, sont nécessairement des quantités rationnelles. Cela se déduit de ce que $g\sqrt{3p^2-g^2}$ est l'expression générale du sinus du petit angle de la coupe principale d'un rhomboïde quelconque (Haüy, *Traité de Minér.*, t. I, p. 306); et que cette même expression se résoud en cette autre $g\sqrt{3}\sqrt{p^2-\frac{1}{3}g^2}$, qui renferme celle du tiers de l'axe (*ibid.*, p. 303).

noyau, la loi de décroissement dont il s'agit, produira un dodécaèdre jouissant de la même propriété que je viens de citer.

Cette assertion, qui offre la solution du problème inverse du précédent, se déduit de la même équation $2g=\frac{n+1}{n-1}\sqrt{3p^2-g^2}$ posée pour ce dernier problème. On peut la convertir en cette autre $(4(n-1)^2+(n+1)^2)g^2=3(n+1)^2p^2$, d'où l'on tire immédiatement $(n+1)\sqrt{3}:\sqrt{4(n-1)^2+(n+1)^2}$ pour l'expression générale du rapport entre les semi-diagonales du noyau relatif à chaque loi de décroissement; et il suffit de considérer cette expression, pour sentir qu'elle exprimera toujours un rapport admissible, quelle que soit la valeur possible que l'on suppose à n, et que ce rapport sera constamment de la forme $q\sqrt{3}:\sqrt{m^2+q^2}$, m^2 étant plus petit que $4q^2$. D'une autre part, si, pour obtenir les rapports extrêmes des semi-diagonales du noyau en question, l'on suppose d'abord $n=\infty$, et ensuite $n=1$, l'on aura $\sqrt{3}:\sqrt{5}$ pour le premier cas, et $\sqrt{3}:1$ pour le second. Enfin, si l'on compare $\sqrt{\frac{4(n-1)^2+(n+1)^2}{(n+1)^2}}$ avec $\sqrt{5}$, l'on remarquera que la première quantité est nécessairement plus petite que la seconde, à cause de $4(n-1)^2<4(n+1)^2$.

Les résultats auxquels vient de me conduire directement l'examen de l'expression générale du rapport entre les semi-diagonales du noyau, étant tout-à-fait conformes à ceux que j'ai déduits indirectement de l'analyse relative à la

M 2

formule $n = \frac{3(g^2+p^2)+4g\sqrt{3p^2-g^2}}{5g^2-3p^2}$, qui représente en général la loi de décroissement correspondante au même noyau ; les premiers résultats servent de garans aux derniers, et réciproquement. Ainsi, il ne peut pas rester le moindre doute sur la solution que j'ai donnée, soit de l'un, soit de l'autre des deux problèmes précédens.

J'ai envisagé ces problèmes sous le point de vue le plus général dont ils étaient susceptibles. Je vais à présent examiner jusqu'à quel point leur solution est réellement applicable, soit aux rhomboïdes déjà connus, soit à ceux dont il est permis, à l'aide de la théorie, de prévoir l'existence, ou de concevoir au moins la possibilité.

Les rhomboïdes représentés en général par la formule $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, réunissent deux circonstances essentielles, et qui sont étroitement liées avec la rationnalité de l'expression $g\sqrt{3p^2-g^2} = g\sqrt{3}\sqrt{p^2-\frac{1}{3}g^2}$. La première consiste en ce que la quantité qui répond à la semi-diagonale horizontale g, est le produit de $\sqrt{3}$ par un nombre rationnel. La seconde résulte de ce que le tiers de l'axe est une quantité rationnelle. Or, nous allons voir que ces deux circonstances concourent, soit dans le rhomboïde primitif, soit dans les rhomboïdes secondaires de la chaux carbonatée ; et qu'elles ne peuvent au contraire coexister dans aucun autre rhomboïde ; je veux dire, dans aucun rhomboïde, ayant une forme différente de celles qui appartiennent aux rhomboïdes calcaires existans ou possibles.

Pour ce qui regarde la première assertion, il est évident qu'elle a lieu à l'égard du rhomboïde primitif de la chaux carbonatée, dont le rapport entre les semi-diagonales est $\sqrt{3} : \sqrt{2}$; mais, on n'a pas la même évidence relativement aux rhomboïdes secondaires. L'on sent bien que leurs axes respectifs sont nécessairement rationnels comme l'axe du noyau ; mais il n'est pas possible d'apercevoir que le rapport entre les semi-diagonales de chacun des mêmes rhomboïdes soit tel, que la quantité qui répond à la semi-diagonale horizontale, doive être, comme elle l'est toujours, le produit de la semi diagonale analogue $\sqrt{3}$ du générateur par un nombre rationnel. Pour parvenir à connaître ce résultat, il faut descendre à des considérations particulières, que je vais développer.

Il est toujours possible de ramener la génération d'un rhomboïde secondaire quelconque à l'effet d'un décroissement, soit sur l'angle supérieur, soit sur l'angle inférieur du rhomboïde générateur, en regardant le décroissement dont il s'agit comme le principal, et les autres qui se combinent avec lui, comme subsidiaires. Cette conception est susceptible de s'étendre même au rhomboide B : car, quoique les faces de ce rhomboïde ne soient réellement produites que par le seul effet du décroissement d'une rangée sur chaque bord supérieur du noyau, la théorie peut cependant les envisager comme le résultat d'un décroissement infini en hauteur, sur l'angle supérieur, ou bien sur l'angle inférieur du même noyau.

D'une autre part, à partir du plan horizontal provenant de la loi $\underset{1}{A}$, chacun des rhomboïdes plus surbaissés que l'équiaxe, peut dériver également, et d'une loi dont la marche soit plus rapide, et d'une loi dont la marche soit plus lente que celle de ladite loi $\underset{1}{A}$: ce qui est mis en évidence au moyen des formules $n=\frac{4n'-1}{2n'+4}$ et $n'=\frac{4n+1}{4-2n}$ (Haüy, *Traité de Minér.*, t. I, p. 324). De même, les formules $n=\frac{4n'+1}{4-2n'}$ et $n'=\frac{4n-1}{2n+4}$ (*ibid.*, p. 356) font voir, qu'à partir du pan produit par la loi $\overset{2}{e}$, chaque rhomboïde moins surbaissé que le rhomboïde primitif, est encore susceptible de provenir d'une double loi de décroissement sur l'angle inférieur, c'est-à-dire, d'une loi ayant une marche plus rapide, ou bien d'une loi ayant une marche plus lente que celle de la loi $\overset{2}{e}$.

Mais, il reste d'autres rhomboïdes qui ne se trouvent pas compris dans les formules citées ci-dessus, savoir, ceux qui résulteraient des lois intermédiaires, soit aux lois $\underset{4}{A}$ et $\underset{\infty}{A}$, soit aux lois $\overset{\frac{1}{2}}{e}$ et $\overset{\frac{1}{\infty}}{e}$. Or, comme ces rhomboïdes sont de part et d'autre renfermés dans les mêmes limites, l'équiaxe et le rhomboïde primitif, l'on entrevoit qu'ils puissent constituer une double suite de rhomboïdes, telle que les rhomboïdes appartenans à une suite aient les mêmes formes que ceux qui entrent dans l'autre : et c'est là précisément ce que j'ai trouvé, en comparant

le rapport $\frac{n+1}{n}\sqrt{\frac{4}{3}g^2} : \frac{2n-1}{3n}\sqrt{9p^2-3g^2}$ (Haüy, *Traité de Minér.*, t. I, p. 309) avec le rapport $\sqrt{\frac{4}{3}g^2} : \frac{2v+2}{6n-3}\sqrt{9p^2-3g^2}$ (*ibid.*, p. 351). Désignant par n' la quantité n du second rapport, pour la distinguer de celle qui appartient au premier, j'obtins les deux formules $n=\frac{4n'+1}{2(n'-2)}$ et $n'=\frac{4n+1}{2(n-2)}$, lesquelles mettent en évidence l'aperçu énoncé plus haut.

Il résulte de ce qui précède, que l'ensemble des rhomboïdes provenans des décroissemens sur les angles supérieurs et inférieurs, forme deux suites, dont l'une renferme les rhomboïdes qui dérivent des lois plus rapides que $\underset{1}{A}$ et $\overset{2}{e}$, et l'autre contient ceux qui dépendent des lois dont la marche est plus lente. Il résulte de plus, que, les formes des rhomboïdes de la première suite étant les mêmes que celles des rhomboïdes appartenans à la seconde, et réciproquement, chacune d'elles comprend les rhomboïdes secondaires de toutes les formes possibles. On aura donc la formule générale du rapport entre les semi-diagonales d'un rhomboïde secondaire quelconque, en réunissant les formules que M. Haüy a trouvées pour exprimer ce même rapport, soit celles relatives aux lois contenues dans la première suite (*), soit celles qui dépendent des lois comprises dans la seconde (**).

(*) *Traité de Minér.*, t. I, p. 318 et 349.
(**) *Ibid.*, p. 323 et 352.

La formule en question sera, pour le premier cas,

$$g' : p' :: 2(n \pm 1)g : \sqrt{(2n \mp 1)^2 p^2 + (1 \pm 4n)g^2},$$

pour le second cas,

$$g' : p' :: (2n \pm 1)g : \sqrt{(n \mp 1)^2 p^2 + (n^2 \pm 2n)g^2}.$$

L'une ou l'autre de ces expressions fait voir, que la quantité qui répond à la semi-diagonale horizontale d'un rhomboïde secondaire, quel qu'il soit, est toujours le produit de la semi-diagonale analogue du générateur par une fonction de la loi d'où dérive le même rhomboïde, cette fonction étant une quantité rationnelle. Conséquemment, l'expression générale de la semi-diagonale horizontale des rhomboïdes secondaires de la chaux carbonatée doit être effectivement le produit de $\sqrt{3}$ par un nombre rationnel.

Maintenant, je passe à démontrer que tous les rhomboïdes qui réunissent les deux circonstances auxquelles se rapporte la présente discussion, rentrent nécessairement dans le système de cristallisation particulier à la chaux carbonatée, c'est-à-dire, qu'il ne peut y en avoir aucun, dont la forme ne soit pareille à l'une des formes des rhomboïdes existans ou possibles de cette substance : ce qui revient précisément à l'énoncé de la seconde proposition que j'ai avancée d'abord, savoir : que les circonstances dont il s'agit ne peuvent coexister dans aucun rhomboïde d'une forme différente.

Je prends donc l'une des formules données plus haut, par exemple, la première :

$$g' : p' :: 2(n \pm 1)g : \sqrt{(2n \mp 1)^2 p^2 + (1 \pm 4n)g^2}.$$

J'y substitue $\sqrt{3}$ et $\sqrt{2}$ à la place de g et p; je la résous dans ses deux formules composantes; je ramène enfin celles-ci à la forme générale $g : p :: q\sqrt{3} : \sqrt{m^2 + q^2}$, et j'obtiens de cette manière les deux formules suivantes (*) :

$$g' : p' :: 2(n+1)\sqrt{3} : \sqrt{(2n-1)^2 + 4(n+1)^2},$$
$$g' : p' :: 2(n-1)\sqrt{3} : \sqrt{(2n+1)^2 + 4(n-1)^2}.$$

Il est manifeste que les deux rapports fournis par ces formules représentent tous les rhomboïdes calcaires possibles, sans même en excepter le primitif, que l'on peut considérer, soit comme le résultat d'un décroissement infini en largeur sur l'angle supérieur, ou bien sur l'angle inférieur du noyau (**), soit comme le produit de la loi $\overset{\frac{1}{2}}{e}$. Le premier rapport exprime les rhomboïdes qui dérivent des décroissemens sur les angles supérieurs, suivant des lois plus rapides que celle d'une rangée. Le second désigne ceux qui sont censés provenir des décroissemens sur les angles inférieurs, lorsqu'ils ont lieu par plus de deux rangées. D'une autre part, le rapport $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2 + q^2}$ représente en général tous les rhomboïdes réunissant les deux circonstances essentielles citées

(*) En employant la formule

$$g' : p' :: (2n \pm 1)g : \sqrt{(n \mp 1)^2 p^2 + (n^2 \pm 2n)g^2},$$

on obtiendrait :

$$g' : p' :: (2n+1)\sqrt{3} : \sqrt{(n-1)^2 + (2n+1)^2},$$
$$g' : p' :: (2n-1)\sqrt{3} : \sqrt{(n+1)^2 + (2n-1)^2}.$$

(**) En effet, si l'on suppose $n = \infty$ dans l'une ou dans l'autre de ces formules, l'on a également $g' : p' :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$.

ci-dessus ; et j'observe que l'on a $m < q$ pour les rhomboïdes plus surbaissés que la forme primitive de la chaux carbonatée, et que le contraire a lieu dans le cas inverse (*).

Cela posé, comme les premiers termes des trois rapports dont il vient d'être question, contiennent $\sqrt{3}$ pour facteur commun, je divise les deux termes de chaque rapport par le coefficient respectif de $\sqrt{3}$, et j'ai :

$$\sqrt{3} : \sqrt{\frac{(2n-1)^2 + 4(n+1)^2}{4(n+1)^2}},$$

$$\sqrt{3} : \sqrt{\frac{(2n+1)^2 + 4(n-1)^2}{4(n-1)^2}},$$

$$\sqrt{3} : \sqrt{\frac{m^2 + q^2}{q^2}}.$$

Par ce moyen, la diagonale horizontale des rhomboïdes désignés par ces rapports devenant constante, l'identité ou la différence de leurs formes dépendra seulement de ce que les axes des uns soient ou ne soient point égaux à ceux des autres.

Ainsi, si l'on compare le troisième rapport et avec le premier et avec le second, les divers rhomboïdes, mis par là en parallèle, seront les mêmes de part et d'autre, dès que leurs axes respectifs seront aussi les mêmes des deux côtés ; et, si cela est, il faudra que, l'expression

(*) Pour les rhomboïdes plus surbaissés l'on aura $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2} > \sqrt{3} : \sqrt{2}$, ou $q^2 : m^2 + q^2 > 1 : 2$, ou $\frac{m^2+q^2}{q^2} < 2$, d'où l'on tire $m < q$. Procédant d'une manière analogue pour le cas inverse, l'on obtiendra $m > q$.

générale du tiers de l'axe des uns étant égalée à celle des autres, l'on puisse obtenir pour la valeur de n une quantité rationnelle, positive, entière ou fractionnaire. En effet, dans ce cas, il deviendra évident que, pour chaque rhomboïde représenté par $\sqrt{3} : \sqrt{\frac{m^2+q^2}{q^2}}$, il y aura toujours une loi de décroissement propre à donner un rhomboïde pareil, le rhomboïde primitif de chaux carbonatee étant pris pour noyau.

Supposons donc, d'abord, que l'expression du tiers de l'axe, relative aux rhomboïdes calcaires exprimés par $\sqrt{3} : \sqrt{\frac{(2n-1)^2 + 4(n+1)^2}{4(n+1)^2}}$ soit effectivement égale à celle qui se rapporte aux rhomboïdes désignés par $\sqrt{3} : \sqrt{\frac{m^2+q^2}{q^2}}$, et limités au moyen de la condition $m < q$: nous aurons l'équation $\sqrt{\frac{(2n-1)^2}{4(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{m^2}{q^2}}$, ou $(2n-1)q = 2(n+1)m$, laquelle donnera $n = \frac{2m+q}{2(q-m)}$. L'équation $\sqrt{\frac{(2n+1)^2}{4(n-1)^2}} = \sqrt{\frac{m^2}{q^2}}$, ou $(2n+1)q = 2(n-1)m$, qui indique l'égalité que l'on suppose, entre l'expression du tiers de l'axe des rhomboïdes calcaires représentés par $\sqrt{3} : \sqrt{\frac{(2n+1)^2 + 4(n-1)^2}{4(n-1)^2}}$, et l'expression analogue des rhomboïdes indiqués par $\sqrt{3} : \sqrt{\frac{m^2+q^2}{q^2}}$, et circonscrits à l'aide de la circonstance $m > q$, nous donnera $n = \frac{2m+q}{2(m-q)}$. Or, ces deux expressions générales des valeurs de n remplissent effectivement les conditions ci-dessus mentionnées (*).

(*) On serait parvenu à ce même résultat, si, pour représenter les rhomboïdes calcaires, l'on avait employé les rapports fournis par les formules (p. 185, note (*)).

$g' : p' :: (2n+1)\sqrt{3} : \sqrt{(n-1)^2+(2n+1)^2}$,

$g' : p' :: (2n-1)\sqrt{3} : \sqrt{(n+1)^2+(2n-1)^2}$.

On aurait obtenu les équations $(n-1)q = (2n+1)m$, et $(n+1)q = (2n-1)m$, qui auraient donné $n = \frac{m+q}{q-2m}$ et $n = \frac{m+q}{2m-q}$. Je dois observer ici que les valeurs de n, déduites des expressions générales que nous venons de trouver, ne pourront jamais être négatives. Quant à la première de ces expressions, comme elle se rapporte à des rhomboïdes plus surbaissés que la forme primitive de la chaux carbonatée, et que ces rhomboïdes ont pour limite l'équiaxe $A^{\frac{1}{\infty}}$; la quantité q sera nécessairement plus grande que m, et ne pourra point être moindre que $2m$. Pour ce qui regarde la seconde expression, les rhomboïdes qu'elle concerne étant en partie moins surbaissés que le rhomboïde primitif calcaire, et en partie plus surbaissés, l'équiaxe $e^{\frac{1}{\infty}}$ étant ici la limite de ces derniers; l'on aura, par rapport aux premiers rhomboïdes, $m > q$, et, par rapport aux seconds, $m < q$, et jamais l'on ne pourra avoir $q > 2m$. Je terminerai cette note en faisant remarquer, qu'au moyen, soit des formules $n = \frac{2m+q}{2(q-m)}$ et $n = \frac{2m+q}{2(m-q)}$, soit des formules $n = \frac{m+q}{q-2m}$ et $n = \frac{m+q}{2m-q}$, le rapport entre les semi-diagonales d'un rhomboïde quelconque étant donné, pourvu que ce rapport

La conclusion qui résulte, en dernière analyse, de tout ce qui vient d'être exposé, est: que la solution à laquelle je suis parvenu, relativement aux deux problèmes dont il est ici question, n'est applicable qu'aux seuls rhomboïdes calcaires: la condition de $m < 2q$ la borne d'ailleurs à ceux qui sont plus surbaissés que l'inverse. Il s'en déduit encore ce résultat très-remarquable, savoir: que le rapport entre les semi-diagonales de chaque rhomboïde calcaire possible est de la forme $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, et que cela n'a point lieu pour aucun autre rhomboïde.

Au moyen des deux formules trouvées plus haut, savoir: $n = \frac{3(g^2+p^2)+4g\sqrt{3p^2-g^2}}{5g^2-3p^2}$, et $g : p :: (n+1)\sqrt{3} : \sqrt{4(n-1)^2+(n+1)^2}$,

puisse rentrer dans la forme $q\sqrt{3} : \sqrt{m^2+q^2}$, on peut connaître aussitôt la loi de décroissement d'où dérive ledit rhomboïde; et *vice versâ*. Par exemple, si dans la formule $n = \frac{2m+q}{2(m-q)}$ l'on fait $m = 2$ et $q = 1$ (comme dans le rapport $\sqrt{3} : \sqrt{5} = \sqrt{3} : \sqrt{4+1}$, relatif à l'inverse), l'on aura $n = \frac{5}{2}$; et en supposant $m = 3$ et $q = 2$ (ce qui donnerait $\sqrt{12} : \sqrt{13} = 2\sqrt{3} : \sqrt{9+4}$, et conviendrait par conséquent au cuboïde), on obtiendrait $n = 4$. Les mêmes valeurs de m et q substitués dans la formule $n = \frac{m+q}{2m-q}$, donneraient $n = 1$ et $n = \frac{5}{4}$. Si au contraire l'on suppose successivement $n = \frac{5}{2}$ et $n = 4$ dans la première formule, $n = 1$ et $n = \frac{5}{4}$ dans la seconde; l'on retrouvera $m : q :: 2 : 1$, et $m : q :: 3 : 2$.

le rhomboïde qui sert de noyau étant donné, on pourra avoir la loi du dodécaèdre correspondant, et *vice versâ*. Ainsi, si l'on suppose, dans la première formule, $g : p :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$, on obtiendra $n = 3$; et, si l'on fait $n = 3$ dans la seconde, elle donnera $g : p :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$: et ces résultats sont précisément ceux qui se trouvent réalisés sur notre chaux carbonatée amphimétrique. De même, si l'on prenait successivement des rhomboïdes secondaires de chaux carbonatée pour noyaux hypothétiques, l'équiaxe et le cuboïde, par exemple; on obtiendrait $n = \frac{5}{3}$ (*), et $n = 7$; et, supposant ces lois de décroissement, l'on retrouverait les rapports entre les semi-diagonales respectives des noyaux hypothétiques, savoir : $\sqrt{12} : \sqrt{5}$, et $\sqrt{12} : \sqrt{13}$.

Nous avons vu qu'en substituant, dans la formule

$$n = \frac{3(g^2+p^2)+4g\sqrt{3p^2-g^2}}{5g^2-3p^2},$$ $\sqrt{3}$ et $\sqrt{5}$ à g et p, n devient infini, et qu'en supposant n infini dans la formule

$$g : p :: (n+1)\sqrt{3} : \sqrt{4(n-1)^2+(n+1)^2},$$

l'on obtient $g : p :: \sqrt{3} : \sqrt{5}$. La circonstance de n infini indiquant que le dodécaèdre s'éva-

(*) Cette loi existe dans la variété *numérique* que M. Haüy a décrite dans le *Journ. des Min.*, t. XVIII, pag. 305, en prenant l'équiaxe pour noyau hypothétique. Le rhomboïde qui ferait la fonction d'équiaxe par rapport à ce noyau, résulterait de la loi $\overset{2}{A}$, en le faisant dériver du vrai noyau.

nouit, pour prendre la forme du même rhomboïde qui fait la fonction de noyau; les résultats que je viens de rappeler ici, font connaître une propriété notable du rhomboïde dont les semi-diagonales sont dans le rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{5}$, celle d'avoir ses angles saillans respectivement égaux aux angles plans de son équiaxe. Je remarque à présent que ce rhomboïde est celui de la chaux carbonatée inverse, et que l'équiaxe de ce dernier rhomboïde est le rhomboïde primitif lui-même. Ainsi, les recherches suggérées par la propriété qui caractérise la chaux carbonatée amphimétrique, m'ont conduit directement à retrouver l'égalité des angles saillans du rhomboïde inverse de la chaux carbonatée avec les angles plans de la forme primitive de cette même substance.

Je vais indiquer encore quelques propriétés du nouveau dodécaèdre ternaire de chaux carbonatée (*fig.* 6).

La plus curieuse consiste en ce qu'il est susceptible d'être produit sur le rhomboïde équiaxe considéré comme noyau hypothétique, au moyen de la même loi de décroissement intermédiaire, d'où dérive le dodécaèdre qui résulterait du simple concours des faces x de la chaux carbonatée paradoxale de M. Haüy; en sorte qu'il présente le résultat inverse de celui qui caractérise ce dernier dodécaèdre, et qui a valu à la variété de forme dont il fait partie, le nom qu'elle porte.

La propriété dont il s'agit est mise en évidence, à l'aide des deux mêmes observations dont je me suis servi pour déterminer la loi $\overset{3}{D}$ d'où dépend notre dodécaèdre ; mais il y a mieux , et ces observations suffisent aussi pour faire voir rigoureusement que ladite propriété est générale , quel que soit le rhomboïde que l'on prenne pour noyau.

Supposons donc que $a\,a'$ (*fig.* 8) représente en général l'équiaxe $\underset{1}{B}$ d'un rhomboïde quelconque pris pour noyau. Du point b situé au milieu de l'arête $a\,d$, je mène la droite $b\,f$ à l'angle inférieur f du rhombe $a\,d\,f\,g$, puis je tire $b\,c$ parallèle à la diagonale oblique $a\,h$ du rhombe $a\,e\,h\,d$, et enfin la ligne $c\,f$. D'après les deux observations citées précédemment, il est manifeste que le plan $b\,c\,f$ sera parallèle à la face correspondante du dodécaèdre $\overset{3}{D}$. Or, la position de ce plan à l'égard du rhomboïde $a\,a'$, pris pour noyau hypothétique , donne la loi intermédiaire ($E^1\,B^1\,D^2$) pour produire un dodécaèdre pareil sur ce dernier noyau. Ce dodécaèdre serait encore le même , dans le cas où l'équiaxe résulterait de la loi $\underset{4}{A}$. Maintenant, j'observe que le vrai noyau peut être considéré comme l'équiaxe du rhomboïde secondaire qui proviendrait de l'une des deux lois équivalentes E^1 et $\overset{5}{e}$; et, d'après cette considération , je conclus également de la position du plan $b\,c\,f$ que la loi $\overset{3}{D}$, rapportée au rhomboïde secondaire E^1, ou $\overset{5}{e}$, pris à son tour pour noyau hypothétique , ferait naître sur ce rhomboïde un dodécaèdre parfaitement semblable

semblable à celui que la loi intermédiaire ($E^1\,B^1\,D^2$) ci-dessus indiquée aurait produit sur le vrai noyau lui-même.

Ces deux résultats remarquables , et inverses l'un de l'autre , peuvent être réunis en un seul énoncé, savoir : *un rhomboïde quelconque étant pris pour noyau commun aux deux dodécaèdres représentés par* ($E^1\,B^1\,D^2$) *et* $\overset{3}{D}$, *chacun de ces dodécaèdres pourra provenir de la loi d'où dérive l'autre , pourvu que l'on substitue au vrai noyau un noyau hypothétique; lequel sera constamment , pour le premier dodécaèdre , le rhomboïde secondaire* E^1 *ou* $\overset{5}{e}$, *et pour le second dodécaèdre , le rhomboïde secondaire* $\underset{1}{B}$ *ou* $\underset{4}{A}$.

Les autres propriétés du dodécaèdre ternaire de chaux carbonatée (*fig.* 6) qu'il me reste à indiquer , consistent en ce que son axe , ainsi que sa solidité , sont doubles de l'axe et de la solidité du noyau ; et ces deux propriétés sont générales pour tout dodécaèdre provenant de la même loi , quel que soit d'ailleurs le rhomboïde que l'on considère comme noyau (*).

Les cristaux qui m'ont offert la nouvelle variété de forme déterminable , où j'ai puisé la matière de ce Mémoire , forment de très-jolis groupes sur un morceau de chaux carbonatée lamellaire , entremêlée de quartz hyalin amorphe , et parsemée de quelques points de

(*) *Voyez* la partie géométrique du *Traité de Minéralogie* de M. Haüy , t. I , p. 326 , n°. 45 , et p. 330 , n°. 48.

cuivre pyriteux. Le quartz hyalin se fait voir aussi en petits cristaux de la variété prismée, réunis plusieurs ensemble entre les groupes des cristaux de chaux carbonatée. L'échantillon vient de Dillenbourg en Vétéravie.

Je me fais un devoir de dire ici qu'ayant donné communication de mon travail à M. Haüy, après que je l'eus terminé, ce savant se rappela d'avoir, parmi ses variétés inédites de chaux carbonatée, une sous le nom d'*isomèride*, où les faces λ se trouvent, mais qui diffère de ma variété *amphimétrique* par l'absence des pans *c*, son signe représentatif étant $\underset{\lambda}{\overset{3}{D}}\ \underset{g}{B}\ 1$. Je me trouve bien flatté d'être parvenu au même résultat que ce savant illustre, par rapport à la détermination des nouvelles faces λ; et cela d'autant plus que, nos résultats ayant été obtenus, l'un directement, au moyen des seules considérations théoriques, et l'autre indirectement, à l'aide des mesures goniométriques (*); ils sont faits pour servir de garans l'un à l'autre.

(*) Les cristallographes sentiront que M. Haüy n'a pas pu employer la méthode directe dont je me suis servi, faute de l'indication fournie par le parallélisme des bords de jonction des faces λ d'une part avec *g*, et de l'autre avec *c*; et parce que l'observation qui aurait pu remplacer cette dernière, savoir, celle de l'existence des premiers bords de jonction sur un même plan vertical, ces bords étant pris deux-à-deux suivant qu'ils sont contigus à deux faces *g* adjacentes, n'est rien moins que propre à être saisie avec la précision convenable, lors même qu'on y a songé.

Note des Rédacteurs.

La Société philomatique, après avoir entendu la lecture du Mémoire de M. de Monteiro, a prié MM. Haüy et Binet de vouloir bien lui en rendre compte. M. Hauy a saisi cette occasion de donner à l'auteur un nouveau témoignage de son attachement, et en même tems une preuve de l'intérêt que son travail lui a inspiré, en prenant la peine de faire lui-même le rapport demandé par la Société. Cette considération nous a engagés à joindre ici le rapport dont il s'agit, à l'exception cependant de la partie de ce rapport qui est uniquement consacrée à l'analyse du Mémoire.

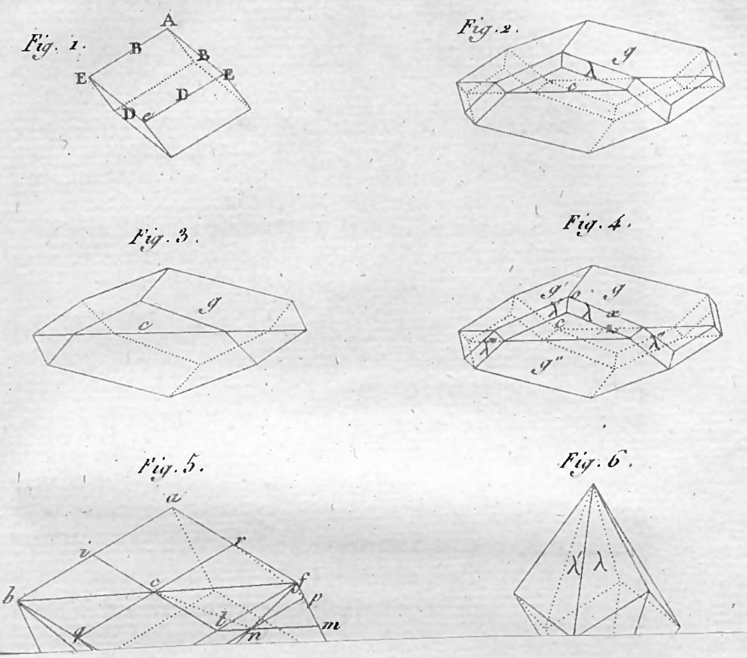
« Le travail de M. de Monteiro, dit le rapporteur, a été » dirigé vers un but beaucoup plus important que ne le se- » rait la simple description d'une nouvelle forme, relative » à une substance minérale, dont la cristallisation présente » déjà une série si nombreuse de variétés connues. Ce qui » rend ce travail vraiment intéressant, c'est qu'il offre un » exemple remarquable des ressources que fournit la théorie » des lois auxquelles est soumise la structure, pour la solu- » tion des problèmes dont elle est le sujet, lorsqu'on l'en- » visage sous son véritable point de vue, et qu'on a bien » saisi l'esprit de la méthode qui doit être suivie dans ses » applications à la géométrie des cristaux. Un des principaux » avantages de cette méthode consiste en ce que, dans cer- » taines circonstances qui ne sont pas rares, le seul aspect » de la forme, et les caractères de symétrie qui résultent » des positions relatives et des intersections des faces qui la » terminent, suffisent pour indiquer les lois de décroisse- » ment qui lui ont donné naissance; en sorte que le calcul » ne fait plus que confirmer la justesse de ces indications.
» Le travail de M. de Monteiro, qui mériterait déjà de fixer » l'attention par la manière heureuse dont ce savant a fait » usage des considérations que nous venons d'exposer, ac- » quiert un nouveau degré d'intérêt, par les propriétés géo- « métriques qu'il lui a fait découvrir dans la nouvelle va- » riété de chaux carbonatée ».

Ici le rapporteur fait l'analyse du Mémoire de M. de Monteiro, et ensuite il termine de la manière suivante :

« M. de Monteiro était déjà connu avantageusement par » des Mémoires sur divers sujets de minéralogie qui ont des

» points communs avec la cristallographie. Celui dont nous » venons de rendre compte, achevera de prouver dans quel » haut degré ce savant possède l'art de manier la théorie » relative au même objet, et la connaissance des principes » qui lui servent de base. L'un de nous, qui a le projet de » publier dans un ouvrage séparé cette même théorie con- » sidérablement augmentée, s'est promis d'y insérer les pro- » blèmes résolus par M. de Monteiro, comme une con- » firmation de la méthode dont il fait dépendre la véri- » table manière de déterminer les formes cristallines, et » comme un nonvel exemple de l'intérêt dont ce genre de » géométrie devient susceptible, lorsque ses résultats ne se » bornent pas à nous montrer les rapports qui lient les va- » riétés à leurs types, mais s'agrandissent dans nos concep- » tions, par les propriétés qui les généralisent ».

NOUVELLE VARIÉTÉ DE CHAUX CARBONATÉE.



... presque nulle, quoiqu'ils ne paraissent jamais communiquer ensemble. Ces tuyaux sont fort gros et fort

NOUVELLE VARIÉTÉ DE CHAUX CARBONATÉE.

Fig. 1.

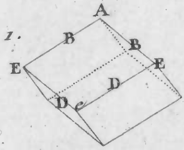


Fig. 2.

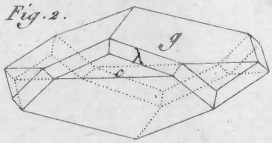


Fig. 3.

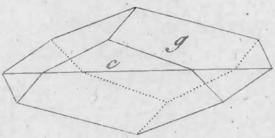


Fig. 4.

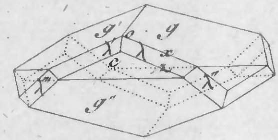


Fig. 5.

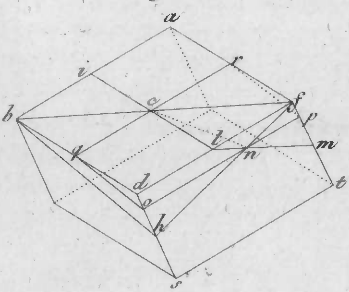


Fig. 6.

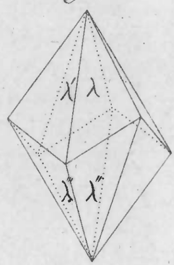


Fig. 7.

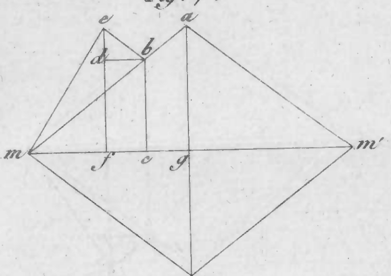
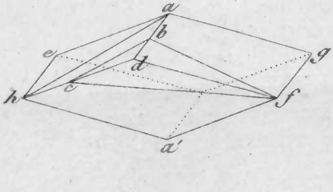


Fig. 8.



N. L. Rousseau Sculp^t.