4°. Les analogies qu'on a cru apercevoir entre quelques-unes de ces roches, et les roches primordiales ou secondaires à base de pétrosilex, de trapp ou de cornéenne, ne sont pas fondées.

5°. Les terrains volcaniques, considérés sous le point de vue le plus général, offrent une constitution toute particulière qu'on ne retrouve dans aucun terrain.

DÉMONSTRATION GÉNÉRALE

DU

THÉORÊME DE FERMAT

SUR LES NOMBRES POLYGONES;

Par A. L. Cauchy, Ingénieur des Ponts-et-Chaussées (1).

Le théorême dont il s'agit, consiste en ce que tout nombre entier peut être formé par l'addition de trois triangulaires, de quatre carrés, de cinq pentagones, de six hexagones, et ainsi de suite. Les deux premières parties de ce théorême, savoir, que tout nombre entier est la somme de trois triangulaires et de quatre carrés, sont les seules qui aient été démontrées jusqu'à présent, ainsi qu'on peut le voir dans la *Théorie des nombres* de M. Legendre, et dans l'ouvrage de M. Gauss, qui a pour titre, *Disquisitiones arithmeticae*. J'établis dans le Mémoire que j'ai donné à ce sujet la démonstration de toutes les autres; et je fais voir en outre que la décomposition d'un nombre entier en cinq pentagones, six hexagones, sept heptagones, etc., peut toujours être effectuée de manière que les divers nombres polygones en question, à l'exception de

(1) Cet article est extrait du *Bull. des Sc.*

quatre, soient égaux à zéro ou à l'unité. On peut donc énoncer en général le théorême suivant :

Tout nombre entier est égal à la somme de quatre pentagones, ou à une semblable somme augmentée d'une unité ; à la somme de quatre hexagones, ou à une semblable somme augmentée d'une ou de deux unités ; à la somme de quatre heptagones, ou à une semblable somme augmentée d'une, de deux ou de trois unités, et ainsi de suite.

La démonstration de ce théorême est fondée sur la solution du problême suivant :

Décomposer un nombre entier donné en quatre carrés, dont les racines fassent une somme donnée.

Je réduis ce dernier problême à la décomposition d'un nombre entier donné en trois carrés, en faisant voir que, si un nombre entier est décomposable en quatre carrés dont les racines fassent une somme donnée, le quadruple de ce nombre est décomposable en trois carrés, dont l'un a pour racine la somme dont il s'agit. Il est aisé d'en conclure que le problême proposé ne peut être résolu que dans le cas où le carré de la somme donnée est inférieur au quadruple de l'entier que l'on considère, et où la différence de ces deux nombres est décomposable en trois carrés ; ce qui a lieu exclusivement, lorsque cette différence, divisée par la plus haute puissance de 4 qui s'y trouve contenue, n'est pas un nombre impair, dont la division par 8 donne 7 pour reste. Si

aux deux conditions précédentes on ajoute celle que le nombre entier et la somme donnée soient de même espèce, c'est-à-dire, tous deux pairs ou tous deux impairs, on aura trois conditions qui devront être remplies pour qu'on puisse résoudre le problême dont il s'agit. Mais on ne doit pas en conclure que la solution soit possible toutes les fois qu'on pourra satisfaire à ces mêmes conditions. Pour qu'on soit assuré d'obtenir une solution, il faut en outre, et il suffit, que la somme donnée soit supérieure, ou égale, ou inférieure au plus d'une unité, à une certaine limite dont le carré augmenté de deux équivaut au triple du nombre donné.

En appliquant ces principes aux nombres impairs ou impairement pairs, on reconnaît facilement que tout nombre entier impair, ou divisible une fois seulement par 2, peut être décomposé en quatre carrés, de manière que la somme des racines soit un quelconque des nombres de même espèce compris entre deux limites, dont les carrés soient respectivement le triple et le quadruple du nombre donné.

On démontre avec la même facilité que tout nombre entier peut toujours être décomposé en quatre carrés, de manière que la somme soit comprise entre les deux limites qu'on vient d'énoncer. On doit seulement excepter parmi les nombres impairs les suivans :

1, 5, 9, 11, 17, 19, 29, 41 ;

et, parmi les nombres pairs, tous ceux qui, divisés par une puissance impaire de 2, donnent pour quotient un des nombres premiers :

1, 3, 7, 11, 17.

A l'aide de ces propositions et de quelques autres semblables, on parvient sans peine, non-seulement à prouver que tout nombre entier est décomposable en cinq pentagones, six hexagones, etc. ; mais encore à effectuer cette décomposition de telle sorte, que les nombres composans soient tous, à l'exception de quatre, égaux à zéro ou à l'unité.

Carte physique et minéralogique du Mont-Blanc.

M. Raymond, Capitaine au Corps Royal des ingénieurs géographes militaires, a offert à M. le Directeur général des Ponts-et-Chaussées et des Mines, pour la collection minéralogique des Mines, une grande *carte physique et minéralogique du Mont-Blanc, des montagnes et des vallées qui l'avoisinent* (1).

Cette carte levée par l'auteur pendant les années 1797, 1798 et 1799, dessinée et gravée par lui-même, ayant été retardée par diverses circonstances, vient d'être publiée dans un moment où cette partie des Alpes n'appartient plus à la France ; mais ce beau travail sera toujours extrêmement précieux aux géologues, aux minéralogistes, aux botanistes, et aux amateurs nombreux qui vont chaque année visiter les glaciers de *Chamonix*, les vallées et les montagnes qui entourent le *Mont-Blanc*, élevé de 2450 t. au-dessus du niveau de la mer, et de 1917 au-dessus de Chamonix.

Cette carte, dont l'échelle est la même que celle de la carte de France, par Cassini (d'une ligne pour 100 toises), contient au moins 126 lieues carrées de surface, et renferme les points les plus intéressans de cette partie des Alpes qui entoure le Mont-Blanc ; on y trouve, à partir du Nord, le *Buet*, le *Grand-Saint-Bernard*, la

(1) Elle se trouve à Paris, chez Piquet, Géographe, quai de Conti, n°. 17, près le pont des Arts. Prix, 10 francs.