

les côtes du Calvados, etc. Par-tout ce calcaire se distingue par sa ténacité, par ses parties spathiques ou par une texture qui, sans être spathique, est très-voisine de l'état cristallin, par l'abondance et la variété de ses fossiles, qui présentent, outre les huîtres du pays de Bray, d'autres espèces d'une taille considérable de la famille des ostracées et de celle des byssières, des trigonies, une grande quantité de zoophytes, sur-tout de madrépores, etc. Par-tout enfin ce calcaire est dans le voisinage, ou accompagné des argiles inférieures à la craie; mais nulle part on ne voit mieux sa position géologique que dans l'escarpement dit les *Vaches noires*, qui borde la côte entre Honfleur et Dives (Calvados). Il y forme quelques bancs plus ou moins puissans, placés au milieu de deux systèmes d'argiles marneuses grises. Le système supérieur contient souvent de la chlorite en grains vert-noirâtres, et passe à la craie chloritée qui lui est immédiatement superposée. L'argile inférieure est caractérisée par de grandes et larges gryphées (*gryphea latissima*), et repose sur le calcaire à oolites, feuilleté dans ses parties supérieures, qui se prolonge du côté de Caen.

l'ancien calcaire alpin, ou *zechstein* des Allemands, et enfin le terrain houiller. Ce dernier replonge bientôt sous la craie qui borde cette petite région par une chaîne de collines en forme de demi-cercle. Il est bon, en conséquence, de remarquer ici que j'avais eu tort, en 1808 (*Journal des Mines*, tome XXIV, page 348), de rapporter le calcaire du Boulonnais, que je n'avais pas vu par moi-même, à la formation de transition qui domine dans le nord-est de la France.

MÉMOIRE

Sur les surfaces d'équilibre des fluides imparfaits, tels que les Sables, les Terres, etc.; par M. le chevalier ALLENT, conseiller d'État, inspecteur-général des Gardes nationales de France, ancien officier supérieur du génie militaire;

Approuvé par la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, dans sa séance du 30 octobre 1815.

EXTRAIT PAR L'AUTEUR.

CHAPITRE I^{er}. (1).

CHAPITRE II.

Des surfaces d'équilibre, ou de talus naturel des remblais.

§. I. Du cône de talus naturel.

1. Si l'on verse, sur un plan de niveau, un fluide imparfait, tel que du sable fin, de manière que la veine fluide soit un filet d'un petit diamètre, dont l'axe reste constamment dans la

(1) Dans le chapitre I^{er}. de ce Mémoire, nous avons exposé la théorie connue du talus naturel, dans le cas du plan. Nous

même verticale, le fluide versé formera un cône droit circulaire, que l'on peut toujours considérer comme tel dans la pratique, et qui sera d'autant plus régulier, que les grains de sable auront plus de fluidité.

Si l'on forme plusieurs cônes de cette espèce, avec des fluides différens; à même hauteur, ces cônes ne différeront entre eux que par le degré d'inclinaison de leur surface. Cette inclinaison sera constante dans les surfaces de tous les cônes formés avec le même fluide.

2. Si, dans ces mêmes expériences, la veine fluide, au lieu de rester constamment dans la même verticale, se meut suivant une loi quelconque; il se formera, au lieu du cône, un solide ou remblai plus ou moins régulier.

En variant convenablement les mouvemens de la veine fluide, on pourra former ainsi des remblais dont les surfaces variables à l'infini pourront avoir des sommets superficiels, linéaires ou ponctuels. Mais, dans le cas même où ces remblais auront, comme le cône, un seul point pour sommet, ils seront moins élevés, ou bien, à hauteur égale, ils auront plus de base, de surface et de volume; et les plans tangentiels à leur surface formeront, avec l'horizon, des angles qui pourront être plus grands en beaucoup de points, mais qui ne seront dans aucun plus petits que l'angle d'inclinaison de la surface conique.

y suppléerons, en indiquant, dans l'extrait des deux autres chapitres, les simplifications qu'éprouve, en ce cas particulier, la théorie générale des surfaces de talus naturel. Cet extrait, destiné sur-tout aux ingénieurs, ne contiendra que les choses qui peuvent leur paraître neuves et susceptibles d'application.

Dans le cône, les grains situés à la surface y seront, en tous ses points, dans un état d'équilibre tel que le frottement qui les y tient en-châssés balancera la gravité qui tend à les déplacer: la moindre force suffira pour les faire sortir de l'engrenage et rouler au pied du remblai: les grains additionnels qu'on voudrait superposer à la surface pour lui donner une inclinaison plus rapide, rouleront de même au pied du cône, et y commenceront une surface nouvelle, semblable à celle qu'elle enveloppera. Dans les remblais autres que le cône, les grains situés à la surface n'y seront en l'état d'équilibre, qu'aux points où le plan tangentiel aura la même inclinaison que la surface conique. En tout autre point de la surface, les grains seront dans un état de stabilité supérieure au simple équilibre, et d'autant plus grande que le plan tangentiel y sera plus incliné à l'horizon. Les grains additionnels qu'on y superposera, y resteront et formeront de nouvelles couches, jusqu'à ce que la surface y prenne la même inclinaison que celle du cône.

Le cône donné par l'expérience que nous avons décrite (1), est donc, parmi tous les solides qu'on peut former avec le même fluide, celui qui, avec un *minimum* de base, de surface et de volume, soutient à la plus grande hauteur possible un point culminant de remblai; et sa surface est tout à-la-fois une surface d'équilibre, de plus grande pente et d'inclinaison constante, terme et limite de toutes celles sous lesquelles le même fluide peut être dans un état de stabilité.

Sous ce point de vue, la surface conique est

pour les fluides imparfaits ce qu'est la surface du sphéroïde pour les liquides.

3. En généralisant ici des expressions connues dans la pratique, nous donnerons à l'inclinaison naturelle et constante que prennent les fluides imparfaits, dans les cônes formés avec un même fluide, les noms de *talus naturel* ou de *pente naturelle*, suivant que nous rapporterons cette inclinaison à l'axe du cône ou au cercle de base, au fil à plomb ou à l'horizon.

Un plan tangentiel à la surface conique, la touchera suivant une droite inclinée qui sera évidemment une ligne de plus grande pente; cette ligne pourra servir, en conséquence, à mesurer l'inclinaison de la surface, et suivant que nous rapporterons cette inclinaison au fil à plomb ou à l'horizon, nous appellerons cette droite, *ligne de talus naturel* ou de *pente naturelle*.

Cette ligne, l'axe du cône et le rayon correspondant de la base, formeront un triangle rectangle vertical. Dans ce triangle, l'inclinaison de l'hypothénuse sur la base donnera l'*angle de pente naturelle*. L'inclinaison de cette même ligne sur l'axe ou sur la hauteur du triangle, sera l'*angle de talus naturel*. Cette pente ou ce talus aura donc pour mesure le nombre de degrés ou la tangente de l'angle qui leur correspond. Il est évident que ces angles sont complémentaires; que la tangente de l'un est cotangente de l'autre; et que ces tangentes ne sont autre chose, dans le triangle, que le rapport direct ou inverse de la base à la hauteur.

Selon que nous emploierons le talus ou la pente, nous appellerons le triangle, sa base et

sa hauteur, la surface du cône et le cône lui-même, *profil, hauteur, base, surface et cône de talus naturel* ou de *pente naturelle*.

§. II. Des enveloppes de talus naturel.

4. Pour avoir *trois points culminans* de remblai, situés dans une même droite horizontale, il faut que ces points soient les sommets de trois cônes de talus naturel.

Si la distance des sommets est moindre que le diamètre du cercle de base, les cônes se pénétreront.

Mais dans cette pénétration réciproque, chacun des cônes extérieurs ne perd qu'un onglet, tandis que le cône intermédiaire en perd deux, et diminue de volume, seul autant que les deux autres ensemble.

Si on suppose qu'en une suite de remblais pareils, les trois points des sommets soient de plus en plus rapprochés, en ne cessant pas d'être dans la même droite horizontale, les trois cônes se pénétreront de plus en plus. Les cônes extérieurs, du côté interne, et le cône intermédiaire, des deux côtés, perdront des onglets de plus en plus considérables.

5. Si les trois points se touchent, il ne restera, du cône intermédiaire, qu'une tranche prismatique, comprise entre deux lignes opposées de talus naturel et le diamètre correspondant de la base. En considérant le triangle isocèle dont ces lignes sont le périmètre, comme formé de grains ou de points matériels et terminé au sommet par le point culminant du cône; il ne restera des deux autres cônes que des secteurs hémisphériques, et le solide du remblai sera

composé de ces secteurs et de la tranche prismatique.

6. Si maintenant, au lieu de ces trois points contigus, on suppose autant de points que l'on voudra, leur suite donnera pour sommet une droite horizontale. Tous les points de cette droite seront le sommet d'autant de *cônes de talus naturel*; mais tous ces cônes se pénétreront. Comme dans le cas précédent, il ne restera, des cônes extrêmes, que les secteurs hémisphériques, et de chacun des cônes intermédiaires, qu'une tranche prismatique. Mais la somme de ces tranches formera un prisme; le remblai sera composé de ce prisme et des deux secteurs hémisphériques; et la *surface de talus naturel* qui l'enveloppera, sera composée de deux plans terminés par deux moitiés de surfaces coniques.

7. Si la droite du sommet, au lieu d'être horizontale, est inclinée à l'horizon, la somme des tranches forme, au lieu d'un prisme, une pyramide triangulaire, couchée suivant une de ses faces sur le plan de base du remblai.

Si la droite est prolongée jusqu'au plan de base, la pyramide a son sommet dans ce plan; elle est coupée sur sa base par un plan vertical, et terminée par un demi-cône adossé à ce plan.

La pyramide est tronquée et terminée, des deux côtés, par des demi-cônes, lorsque la droite du sommet ne se prolonge pas jusqu'au plan de base.

8. Si le sommet du remblai est composé de deux droites qui se coupent, ces droites peuvent être situées toutes deux dans le même plan

vertical, dans le même plan horizontal, ou en deux plans différens.

Si les deux droites sont situées dans le même plan vertical, le remblai sera composé de deux pyramides opposées qui se couperont suivant un triangle vertical.

La tranche prismatique située dans ce triangle soutiendra le point angulaire du sommet. Les pyramides seront entières ou terminées par des demi-cônes, selon que les extrémités des droites inclinées ficheront ou non dans le plan de base (7).

Si les deux droites sont situées dans le même plan horizontal, elles seront soutenues par des prismes, et à leurs extrémités par des demi-cônes (6); mais le point angulaire dans lequel se coupent les lignes du sommet, sera soutenu, du côté convexe, par le secteur d'un cône de talus naturel, compris entre les deux prismes: tandis que du côté concave, ces prismes se pénétreront, se feront équilibre dans le plan vertical de leur commune section, et perdront chacun de leur volume un segment pyramidal.

Enfin, si les deux droites du sommet sont inclinées et situées en des plans verticaux différens, les pyramides remplaceront les prismes, mais comprendront entre elles du côté convexe un secteur conique, et se pénétreront du côté concave, suivant les mêmes lois. Ces pyramides seront d'ailleurs entières ou terminées par des demi-cônes, suivant que les droites se prolongeront ou non jusqu'au plan de base (7).

Ces trois cas renferment évidemment ceux des sommets composés d'un plus grand nombre de droites ou de polygones non fermés, dont les

côtés sont assez grands et les angles assez ouverts pour que les prismes ou les pyramides adjacens se pénétrèrent seuls.

Nous examinerons, dans l'article suivant, relatif aux polygones fermés, le cas où les côtés sont assez petits et les angles assez peu ouverts pour que les prismes ou pyramides opposés se pénétrèrent.

9. Considérons le cas où le sommet du remblai est un polygone fermé, et supposons, pour plus de simplicité, que le polygone est un carré dont les côtés sont situés dans un même plan horizontal.

A l'extérieur, les prismes de talus qui soutiendront ces côtés seront unis par quatre secteurs coniques de 100 degrés centésimaux.

Dans l'intérieur, ces prismes se pénétreront; mais cette pénétration sera différente suivant que le côté du carré culminant, comparé à la base d'une tranche prismatique, sera plus grand, égal ou plus petit.

Dans le premier cas, les prismes adjacens perdront seuls des onglets pyramidaux; ils comprendront entre eux un espace vide, égal à une pyramide tronquée, renversée et terminée d'un côté par le carré culminant du remblai, de l'autre, par un carré semblable situé dans le plan de base et compris entre les pieds des plans de talus intérieurs.

Dans le second cas, les prismes adjacens perdront seuls encore des onglets pyramidaux; mais le vide intérieur devient une pyramide entière, renversée, au sommet de laquelle concourent les quatre arêtes ou gouttières des plans de talus.

Enfin, dans le troisième cas, non-seulement les prismes adjacens, mais les prismes opposés, se pénétrèrent; les premiers perdent des onglets pyramidaux, et les seconds des onglets prismatiques. Le vide intérieur offre, comme dans le second cas, une pyramide entière et renversée; mais le sommet de cette pyramide n'est plus dans la base: il est situé au-dessus de cette base à une hauteur d'autant plus considérable, que le côté du carré culminant est plus petit par rapport à la base des tranches prismatiques.

Le cas du carré que nous avons choisi, comme plus simple et plus favorable à l'explication, renferme évidemment celui de tous les polygones fermés, horizontaux ou inclinés, qui peuvent former le sommet des remblais. En effet, à l'extérieur, l'angle des secteurs coniques; dans l'intérieur, la figure des onglets ou des segmens retranchés, et la figure du vide, varient comme les angles que les côtés des polygones font entre eux ou avec l'horizon: mais les lois sont absolument les mêmes, et n'offrent que des applications plus ou moins compliquées, des cas plus simples que nous venons de considérer (8 et 9). Nous retrouverons d'ailleurs ces applications, dans les limites mêmes de la grandeur ou de l'inclinaison des côtés dont les polygones peuvent être formés, en examinant les surfaces de talus naturel qui peuvent envelopper les remblais dont les sommets sont des courbes planes, ou à double courbure.

10. En effet, dans les remblais qui ont pour sommet une courbe quelconque, on peut considérer cette courbe comme formée d'une file de grains ou de points solides. Ces points consti-

tuent deux à deux les petits côtés d'un polygone qui ne diffère point de la courbe. Ces mêmes points trois à trois forment deux côtés qui comprennent entre eux l'angle de courbure. Chaque point fait donc côté avec chacun des deux points adjacens, et il est le sommet de l'angle que ces côtés interceptent.

Les points de cette courbe seront, dans le remblai, les sommets d'une suite de *cônes de talus naturel*, qui se couperont à l'extérieur, suivant des secteurs infiniment petits, et du côté intérieur, suivant des arêtes. Ces arêtes intérieures et ces secteurs externes seront les élémens de deux surfaces courbes, analogues dans leur formation aux enveloppes des remblais qui ont pour sommet des polygones.

11. Telle est la manière dont se forment *les solides et les surfaces de talus naturel*, quand le sommet du remblai est linéaire.

Considérons maintenant le cas où le sommet est superficiel.

Afin de rendre plus sensibles, dans ce cas, les pénétrations des *cônes de talus naturel*, supposons d'abord que le sommet du remblai est un élément superficiel, composé de points matériels, situés dans un plan horizontal, et groupés de manière que huit points forment trois à trois, autour du neuvième comme point central, les quatre côtés d'un petit carré.

Ces neuf points étant de niveau, seront les sommets de neuf *cônes de talus naturel*. Ces cônes se pénétreront, mais selon des lois différentes. Les quatre cônes qui soutiendront les points angulaires du carré, conserveront chacun un secteur de cent degrés centésimaux. Les

quatre cônes qui répondent aux points intermédiaires, ne conserveront chacun que la moitié de tranche prismatique comprise entre les secteurs des angles. Enfin le cône correspondant au point central, pénétré dans tous les sens par ceux de périmètre, ne conservera que la file des points solides situés dans son axe. Ce filet axillaire suffit en effet pour soutenir le point central, puisqu'il est contre-buté de tous côtés par les tranches prismatiques et les secteurs coniques qui l'enveloppent.

12. Cette formation sera la même, si le sommet est une portion d'un plan horizontal terminé par un polygone. Les secteurs coniques qui soutiendront les points angulaires, varieront seulement comme les angles du polygone. Les demi-tranches prismatiques qui supporteront les points intermédiaires, formeront, entre les secteurs, des prismes de talus naturel. Au lieu de la file unique de points angulaires qui, dans le cas précédent, formait le noyau du remblai, chacun des points de la surface culminante entouré par ceux du périmètre, sera le sommet d'une autre file axillaire. La somme de ces filets donnera pour noyau du remblai, un prisme central à pans verticaux, aux angles et aux pans duquel seront appliqués, comme soutiens, les secteurs et les prismes de talus naturel.

13. Si la surface plane du sommet n'est point horizontale, mais inclinée, et si d'ailleurs elle est terminée par un polygone situé à une hauteur quelconque au-dessus du plan de base, la formation du remblai n'offrira que ces différences: le noyau central sera un prisme trouqué; les secteurs des angles auront pour base des arcs

de cercle, de rayons proportionnels à la hauteur des points angulaires du sommet; et ces secteurs intercepteront, au lieu de prismes, des pyramides tronquées.

Si, comme dans les rampes, cette surface culminante se prolonge jusqu'au plan de base, les pyramides correspondantes aux côtés du polygone culminant qui ficheront dans ce plan, seront des pyramides entières à leur sommet.

14. Si le sommet est un plan limité par une courbe quelconque, le noyau central, au lieu d'être un prisme, sera un cylindre, et le solide de talus naturel sera formé par la suite des secteurs coniques que laissera subsister la pénétration des cônes de talus naturel qui ont pour sommet les points de la courbe culminante.

Il est évident que le solide de talus naturel, appliqué au noyau du cylindre central, n'est autre chose que la partie convexe du solide qui se serait formé, si le sommet du remblai, au lieu d'être superficiel, eût été linéaire et formé seulement de la courbe culminante. Il n'est pas moins évident que le cylindre central remplace ici la partie concave de ce même solide.

Cette observation s'applique à tous les solides de talus naturel, en supposant tour-à-tour que le sommet linéaire ou superficiel a, pour arête ou pour périmètre, le même polygone ou la même courbe.

15. La formation du solide et de la surface du talus naturel suit les mêmes lois, soit qu'on prenne pour sommet du remblai une surface plane ou inclinée, soit qu'on y substitue une surface courbe et limitée par une courbe à double courbure; et dans ce dernier cas, la

courbure de la surface culminante peut varier à l'infini, pourvu qu'en aucun point le plan tangentiel ne fasse avec le fil à plomb un plus petit angle que celui du talus naturel.

Seulement, dans ces différens cas, le noyau central est un cylindre terminé au sommet par un plan incliné ou par une surface courbe, et le solide du talus naturel est formé par l'intersection d'une suite de cônes de talus naturel, qui ont pour base des arcs de cercle, de rayons variables et proportionnels à la hauteur du point culminant que le secteur doit soutenir.

Il est évident que si le périmètre culminant du remblai touche ou coupe le plan de base, le talus s'évanouit en ce point. C'est le cas des rampes curvilignes, et plus généralement des remblais dont le sommet rencontre le sol.

16. Quand le sommet est une surface courbe, il peut arriver que la surface du talus naturel coupe ou touche seulement, en tout ou en partie, la surface culminante.

Dans tous les cas, les cônes dont les intersections consécutives forment le solide et la surface du talus naturel, ont pour sommet ces points de contact ou d'intersection.

17. Dans ce qui précède nous avons supposé, pour plus de régularité, que les lignes qui forment ou qui terminent les sommets des remblais, étaient des courbes quelconques, susceptibles ou non de définition.

Lorsque ces lignes sont des courbes géométriques, les solides et les surfaces *de talus naturel* participent de leur régularité.

Si le sommet est un cercle, le remblai sera un cône tronqué.

Si on remblaie le sommet jusqu'à ce que le cône soit entier, on retrouve le *cône de talus naturel*.

18. Nous avons jusqu'ici pris les exemples des sommets superficiels dans les surfaces, dont l'aire continue n'est circonscrite qu'à l'extérieur.

Considérons maintenant les surfaces culminantes, dont l'aire est comprise entre deux lignes qui la limitent au-dehors et dans l'intérieur.

Le noyau du remblai sera un cylindre creux à parois verticales, qui aura pour sommet la surface culminante. A la paroi extérieure s'appliquera un solide de talus annulaire, formé par l'intersection de tous les cônes de talus naturel, qui ont pour sommets les points de l'arête extérieure de la surface culminante. A la paroi intérieure s'adosera un autre solide de talus annulaire, formé par l'intersection de tous les cônes de talus naturel, qui auront pour sommets les points de l'arête intérieure de cette même surface. Il restera au centre un vide plus ou moins grand. La surface du talus naturel coupera le plan de base, ou se coupera elle-même au-dessus de ce plan, suivant que l'arête intérieure de la surface culminante aura, dans les points opposés, des rayons de courbure plus grands ou plus petits que les bases du profil de talus, correspondant aux mêmes points.

Si la surface culminante est l'aire d'un plan horizontal, comprise entre deux courbes parallèles, le profil du talus sera constant de base et de hauteur dans les solides extérieurs ou internes du talus naturel. La surface extérieure du talus naturel coupera le plan de base suivant une courbe semblable et parallèle aux courbes

du sommet; la surface intérieure, si elle coupe le plan de base, y tracera une courbe semblable et parallèle aux trois autres. Si l'on remblaie le dessus du sommet, de manière à remplir le vide compris entre la surface culminante et les surfaces de talus naturel, extérieures et internes, prolongées jusqu'à leur intersection; cette intersection sera encore une courbe de niveau, semblable et parallèle à toutes les autres. Enfin, si la surface intérieure du talus naturel ne coupe pas le plan de base, mais se coupe elle-même suivant une arête quelconque, cette arête sera une courbe semblable et parallèle à l'arête culminante que formerait la surface extérieure, prolongée jusqu'à l'intersection des lignes de talus opposées.

Si la surface culminante est une zone circulaire, terminée par deux circonférences concentriques et situées dans le même plan horizontal, le noyau du remblai devient un solide annulaire compris entre les surfaces de deux cylindres circulaires et verticaux. A la surface extérieure de ce noyau, s'adosse un solide de talus qui est le segment d'un cône droit circulaire. A la surface intérieure du noyau s'applique un cylindre évidé, dont l'entonnoir a pour surface celle d'un cône renversé, entier ou tronqué, suivant que la circonférence intérieure de la surface culminante a un rayon plus grand ou plus petit que la base du profil de talus naturel. Dans ce cas plus simple, les courbes d'intersections deviennent des cercles, et les arêtes de rencontre se résolvent en un point. Si l'on remblaie le vide compris entre le sommet et les surfaces de

talus prolongées, la surface culminante devient une arête circulaire : si l'on remblaie tout le vide compris entre la surface du talus extérieur prolongé, on retrouve encore le cône de talus naturel, et comme dans le cas précédent, mais par une autre route, on revient à l'expérience fondamentale.

19. Si nous résumons tout ce qui précède, les lois de formation des solides et des surfaces de talus naturel peuvent s'exprimer en ces termes :

Tout remblai qui a pour sommet une surface quelconque, est l'assemblage de l'infinité de cônes de talus naturel, qui ont pour sommets les points de la surface culminante, mais de chacun desquels il ne se forme et il ne subsiste que la portion nécessaire à l'équilibre. De tous les cônes qui ont pour sommets les points de la surface culminante, intérieurs et compris entre les lignes qui la circonscrivent, il ne se forme que les filets axillaires, parce que ces filets enveloppés et soutenus de toutes parts les uns par les autres, et tous par les solides de talus, suffisent pour soutenir les points culminans. Des cônes, au contraire, qui ont pour sommets les points situés dans les périmètres de la surface culminante, il se forme et il subsiste des secteurs coniques ou des tranches prismatiques, dont la suite forme les solides de talus. Le solide convexe ou extérieur est composé, ou d'une suite de secteurs coniques, si l'arête culminante est une courbe ; ou de tranches prismatiques et pyramidales unies par des secteurs coniques, si l'arête est un polygone. Dans le

solide du talus, concave ou intérieur, ces éléments sont les mêmes : mais dans le talus convexe, les secteurs ou les prismes sont entiers ; dans le talus concave, ils se pénètrent à toutes les inflexions, et les lignes de talus adjacens forment, par leurs intersections, des arêtes ou gouttières qui raccordent les surfaces planes, et dont la suite même constitue les surfaces courbes des talus intérieurs.

Tout remblai formé avec un fluide donné, a donc pour élément le *cône de talus naturel* de ce fluide, qu'on peut, en vertu de cette propriété, désigner sous le nom de *cône élémentaire*.

20. Puisque, dans cette formation des remblais, les surfaces de talus naturel sont formées par l'intersection des cônes de talus naturel, qui ont pour sommet les points des arêtes culminantes, ces surfaces physiques sont évidemment les mêmes que les surfaces géométriques qui se forment, soit par une ligne d'inclinaison constante qui se meut comme génératrice, en l'appuyant sur une ligne quelconque comme directrice ; soit par un cône droit circulaire, dont le sommet parcourt la ligne directrice, et dont l'axe reste constamment vertical. La ligne d'inclinaison constante est ici la ligne du talus naturel, et l'on retrouve le cône du talus naturel dans le cône génératetr ou enveloppé.

Mais cette génération est exactement celle des *enveloppes développables*, qui ont pour enveloppée un cône droit circulaire, et dont *Monge* a donné l'analyse pour le cas où le

sommet du cône parcourt une courbe quelconque tracée dans le plan horizontal (1).

Les surfaces de talus naturel sont donc des *enveloppes développables*, qui ont pour *enveloppée* le cône de talus naturel, ou pour génératrice la *ligne de talus naturel*.

Ces surfaces jouissent donc, dans toute leur étendue, des propriétés remarquables que Monge a définies dans l'analyse des enveloppes géométrales qui leur sont identiques (2).

Ce genre de surface n'appartient donc pas seulement à la géométrie, mais à la physique et aux travaux de l'ingénieur : nouvel exemple des liens qui unissent les recherches spéculatives aux observations de la pratique.

21. Dans cette analyse des solides et des surfaces de talus naturel, nous avons supposé que la base du remblai était un plan horizontal.

Si cette base était un plan incliné, ou même une surface quelconque, la formation des solides et des surfaces de talus naturel suivrait les mêmes lois; seulement les cônes de talus naturel seraient prolongés jusqu'à la base, et les surfaces de talus naturel la couperaient ou la toucheraient suivant une ligne plane mais inclinée, ou suivant une courbe à double courbure.

22. Dans cette même exposition nous avons supposé que le sommet du remblai était donné; et c'est le cas le plus ordinaire de la pratique,

(1) Feuilles et traités d'analyse appliquée à la géométrie de trois dimensions.

(2) *Ibid.*

où les sommets des remblais sont presque toujours déterminés dans leur figure et leurs dimensions, par la destination même de l'ouvrage.

Il peut arriver cependant, comme dans les dépôts de décombres, qu'on ait à former sur une base dont le périmètre est donné, un remblai qui s'élève le plus haut possible, et se coupe au sommet suivant une arête quelconque. Dans ce cas, les lois de formation des solides et surfaces de talus naturel sont encore les mêmes; mais la génération change. La surface du talus naturel est alors une enveloppe conique, qui a pour génératrice une ligne du talus naturel, laquelle se meut, en conservant son inclinaison constante, sur le périmètre de la base comme ligne directrice. L'arête culminante du remblai est alors donnée par l'intersection de la génératrice dans ses situations opposées. Les lignes de talus naturel que cette génératrice représente dans toutes ses positions, et dont la suite forme la surface du talus naturel, sont évidemment les lignes de talus d'autant de cônes de talus naturel, qui ont leur sommet dans l'arête culminante, et qui touchent le périmètre de la base suivant un cercle osculateur, si le périmètre est horizontal, ou suivant une section conique osculatrice, si le périmètre est une courbe à double courbure.

23. Telles sont les lois du talus naturel des remblais : en voici quelques applications.

Dans les grands remblais, les machines de transport, après avoir cheminé sur les couches déjà formées, versent leur charge à l'extrémité de ces couches, et les terres roulantes, les sables ou décombres forment, dans leur chute, des

surfaces de talus naturel, qui ont le plus souvent pour arête culminante une courbe fort irrégulière, et donnent dans toute leur généralité les inflexions variées des enveloppes développables que nous venons de définir. C'est même dans l'observation de ces remblais que j'ai vérifié l'identité de ces enveloppes physiques avec les enveloppes géométriques de Monge.

Dans les ouvrages terminés, le sommet, au contraire, offre presque toujours une surface plane, horizontale ou inclinée, limitée par des lignes droites qui la coupent. Dans ce cas, les surfaces du talus naturel sont des faces prismatiques ou pyramidales, rachetées aux angles par des secteurs coniques. Dans la pratique, au lieu de former ces secteurs angulaires, on prolonge ces faces jusqu'à ce qu'elles se coupent suivant une arête inclinée. Dans ce cas, la petite pyramide qui remplace le secteur angulaire, est formée par l'intersection de tous les cônes de talus naturel, qui ont pour sommet les points de l'arête, comme dans le cas où le remblai a pour sommet une droite inclinée et prolongée jusqu'à la base. Ce mode de construction ajoute à la base et au volume du remblai, les différences qu'offrent les bases et les volumes comparés de la pyramide angulaire et du secteur inscrit. Les arêtes sont en outre sujettes à se dégrader plus vite que les secteurs coniques, dont l'exécution, quand les terrassiers en ont pris l'habitude, n'offre pas plus de difficulté. Il suffit donc à la stabilité du remblai, et il est favorable, soit à la conservation des talus, soit à l'économie du terrain, des déblais et du transport, d'employer les secteurs angulaires toutes

les fois que les pyramides angulaires ne sont pas déterminées par les règles de défense ou par d'autres considérations relatives à la destination même des ouvrages.

24. Dans la plupart des remblais, on comprime les couches par le roulage même, par le damage ou d'autres moyens artificiels. Mais, quand le talus n'est pas déterminé par d'autres conditions que la stabilité du remblai, on le forme sous des plans ou des secteurs de talus naturel, afin qu'il demeure stable, ou du moins dans l'état d'équilibre, si quelque cause étrangère, venant à détruire l'engrenage ou l'adhérence due à la compression, rendait à chaque grain tout ou partie de la tendance à se mouvoir dans le cône de talus naturel dont il est le sommet.

25. Les sections des surfaces de talus naturel par des plans horizontaux, sont des courbes de niveau semblables et parallèles. Les lignes de talus naturel sont des droites qui coupent à angle droit ces courbes de niveau. Tout point de la surface est l'intersection d'une de ces courbes et d'une ligne de talus naturel. Leur projection horizontale donne aussi la projection de ce point. Il suffit donc, pour définir sur un seul plan de projection une surface donnée de talus naturel, d'y tracer les projections d'une seule courbe de niveau et d'une seule ligne de talus naturel, en divisant cette dernière par la méthode que j'ai donnée ailleurs sur la construction et l'usage des *échelles de pente et de talus* en général (1).

(1) Mémoires sur les cartes et plans nivelés, ou sur les méthodes qui servent à représenter, à l'aide d'un seul plan de

Nous nous bornerons à ces indications, qui suffisent pour mettre les ingénieurs sur la voie des observations ou des méthodes usuelles auxquelles peut s'appliquer cette théorie du talus naturel des remblais.

CHAPITRE III.

Des surfaces de talus naturel des éboulemens.

§. 1^{er}. *Du cône de talus naturel.*

26. Dans l'expérience fondamentale (1) sur la formation du cône de talus naturel des remblais, les grains du fluide versé se mettent à la surface dans un état d'équilibre dû au frottement produit par la pression qui résulte de la seule gravité des grains que verse la veine fluide, et qui roulent les uns sur les autres.

Supposons maintenant qu'on ait formé de la sorte un remblai indéfini, compris entre deux plans horizontaux, dont l'un soit la surface culminante, et l'autre une base inflexible, mince et soutenue au-dessus d'un espace vide.

Un orifice circulaire percé dans ce plan de base, laissera écouler une portion du fluide imparfait, et il se formera dans la masse du remblai un vide ou entonnoir, dont la surface sera celle d'un cône renversé, qui aura pour sommet l'orifice circulaire, et pour base un cercle formé dans le plan culminant du remblai. Ce cône sera

projection, les terrains et les corps terminés par des surfaces courbes, susceptibles ou non de définition, 1808. — *Manuscrits du dépôt des fortifications.*

entier, ou pourra être considéré comme tel dans la pratique, si les grains du fluide ont assez de ténuité pour que l'éboulement se fasse par un orifice très-petit.

Tous les entonnoirs de même espèce qui seront produits dans des remblais semblables, mais formés de fluides différens, seront des cônes renversés, qui ne différeront entre eux que par l'inclinaison de leurs surfaces. Cette inclinaison sera constante dans la surface de tous les entonnoirs produits en des remblais semblables et formés du même fluide.

27. Les entonnoirs ainsi formés, sont les *cônes de talus naturel des éboulemens*; et l'on peut, par des épreuves et des considérations analogues à celles que nous avons décrites dans le chapitre II (§. 1^{er}. 1 et 2), se convaincre que ces entonnoirs sont des vides de plus grand axe, de moindre base, de moindre volume et de moindre superficie; que leur surface est une surface de plus grande pente et d'équilibre pour tous les grains qui s'y trouvent situés, et qu'ils jouissent à cet égard de toutes les propriétés des cônes de talus naturel des remblais.

28. Mais les cônes de talus naturel des remblais et des éboulemens, formés sous le même axe, avec le même fluide, ayant pour base et pour sommet des plans horizontaux, n'offrent pas seulement cette différence, que les premiers sont droits et les autres renversés: le talus naturel des éboulemens est beaucoup plus rapide que le talus naturel des remblais; la surface de l'entonnoir est beaucoup plus inclinée sur l'axe que celle du remblai conique, et le cône qu'elle enveloppe a beaucoup moins de base et de volume.

Pour rendre cette différence plus sensible ; prenons pour exemple le remblai qui a pour sommet une zone circulaire située dans un plan de niveau, et comprise entre deux cercles, tels que le cercle intérieur ait le même rayon que le cercle de base des cônes de talus naturel qui ont pour sommets les points de cette circonférence. Dans ce cas, le talus intérieur du remblai formera un entonnoir en cône renversé, qui aura pour base le cercle intérieur et vide de la zone culminante. Imaginons maintenant que la veine fluide se promène sur cet entonnoir jusqu'à ce qu'il soit rempli et arasé au niveau de la surface culminante ; le remblai devient alors un cône tronqué. Supposons que le cercle de base repose sur un plan inflexible, mince et suspendu au-dessus d'un espace vide, et qu'au centre du cercle on perce un petit orifice ; il s'éboulera par cet orifice une portion seulement du fluide additionnel ; il se formera au centre du remblai un nouvel entonnoir en cône renversé ; mais ce nouvel entonnoir aura, dans la surface culminante, une base circulaire d'un plus petit rayon que le cercle de base de l'entonnoir primitif. La différence des deux entonnoirs sera une espèce de cône évidé compris entre leurs surfaces, ayant le même sommet, et pour base la zone comprise entre l'ancien et le nouveau cercle intérieur de la surface culminante.

Le cône évidé qui forme la différence des deux entonnoirs, résulte évidemment de ce qu'une partie du fluide forme corps avec la masse du remblai, en vertu d'une force additionnelle due à un frottement plus considérable

et proportionnel à la pression des couches superposées, entre l'instant du remplissage et celui de l'écoulement.

29. Si, dans les cônes de remblai et d'éboulement que nous venons de comparer, on détermine les profils correspondans du talus naturel, ces profils seront exactement les mêmes que ceux des prismes de remblai et d'éboulement, d'après lesquels les géomètres et les ingénieurs ont mesuré la différence de ces talus ; puisque ces prismes, comme nous l'avons vu pour les remblais et comme nous le verrons pour les éboulemens, ne sont qu'un cas particulier des solides composés, qui ont pour élément les cônes de talus naturel.

On peut donc appliquer aux profils des cônes tous les résultats que la théorie et l'expérience ont donnés pour les profils des prismes.

Coulomb, dans son application de la théorie de *Maximis* et *Minimis*, au problème de la poussée des terres contre les murs de revêtement, a le premier démontré la différence des talus naturels de remblai et d'éboulement, et donné en valeur de l'un la mesure de l'autre (1).

Mais l'emploi des quantités linéaires l'avait conduit à une expression compliquée de cette mesure. M. de Prony, par une autre marche, a trouvé que l'angle du talus naturel d'éboulement est moitié de l'angle du talus naturel du remblai (2).

(1) Mémoires de l'Académie des Sciences. — *Savans étrangers*, année 1773, tome VII.

(2) Mécanique analytique. — *Recherches sur la poussée des terres*, 1802.

En des notes historiques lues au comité des fortifications, et

Les expériences de Dijon, d'Alexandrie et de Juliers, bien qu'elles n'aient pas été dirigées dans le but de vérifier cette mesure, ont du moins confirmé la théorie sur la différence de ces talus (1).

§. II. *Des enveloppes de talus naturel.*

30. Imaginons que la base, au lieu d'être un plan de niveau, soit une surface courbe susceptible ou non de définition, et que l'orifice soit produit par le retranchement d'une portion de cette surface limitée par une courbe quelconque : il se formera dans la masse du remblai un entonnoir dont la paroi sera une enveloppe produite par l'intersection des surfaces de tous les cônes de talus naturel d'éboulement, qui ont pour sommet un des points de la courbe qui limite l'orifice.

Suivant que le sommet du remblai indéfini sera terminé par un plan ou par une surface courbe, la surface de l'entonnoir coupera la surface culminante du remblai, suivant une courbe plane ou à double courbure.

Supposons maintenant un autre fluide qui ait un talus naturel de remblai, égal au talus na-

insérées par extrait dans le Moniteur du 3 juin 1809, j'ai fait voir que la formule de M. de Prony était renfermée dans celle de Coulomb, et qu'on pouvait déduire la première de la seconde par de simples transformations. Mais cette remarque, utile pour faire observer la marche de l'esprit humain dans les progrès des sciences, n'ôte rien au mérite de M. de Prony, d'avoir le premier, par une méthode élégante et directe, trouvé cette formule remarquable par son extrême simplicité.

(1) Mémoire de M. Gauthée, dans ceux de l'académie de Dijon, année 1784, 2^e. semestre. — *Traité de la poussée des terres*, par Mayniel, 1808.

turel d'éboulement du fluide que nous venons de considérer. Si l'on forme, avec ce nouveau fluide, un remblai qui ait une surface culminante égale et semblable à l'orifice, ce solide représentera exactement le solide écoulé du premier fluide, et il se sera écoulé par l'entonnoir, les mêmes secteurs, les mêmes tranches et les mêmes filets axillaires que ceux dont ce remblai sera composé.

31. Tel est le cas le plus général de la formation des entonnoirs et de leurs enveloppes, quand les orifices sont percés dans la base.

On peut, par des simplifications graduelles, arriver, en suivant une marche inverse, à des cas plus simples, correspondans à ceux que nous avons considérés dans la formation des remblais.

Ainsi, dans les orifices superficiels, le circulaire donne pour entonnoir un cône tronqué; le carré, un entonnoir formé par quatre plans raccordés aux angles par des secteurs de cônes renversés, chacun de cent degrés centésimaux. Enfin, l'orifice composé de neuf points contigus et rectangulaires donne les mêmes secteurs, unis et raccordés seulement par des lignes de talus. Dans ce dernier, le noyau central du remblai qui s'écoule, se réduit à un seul filet axillaire.

Si l'on passe aux orifices linéaires ou étendus en longueur seulement, sur une largeur très-petite, on arrive par des simplifications analogues, au cas où l'orifice est une droite horizontale, qui donne pour entonnoir deux plans inclinés raccordés à leurs extrémités par les demi-surfaces de deux cônes renversés. On descend ensuite au cas élémentaire où l'orifice n'étant plus composé que de trois points conti-

gus, les hémisphères coniques ne sont plus unis et raccordés que par des lignes de talus naturel. On arrive enfin aux cas où les points d'orifices ne sont plus contigus, et où les entonnoirs sont terminés par des surfaces coniques, entières et isolées, ou qui se coupent suivant une section conique, et enveloppent des onglets de remblai qui restent entre les orifices.

Nous n'insisterons pas sur ces différens cas, qui sont exactement l'inverse des cas que nous avons développés dans la formation des remblais (chapitre II, IV et suivans.)

32. Supposons maintenant qu'un remblai compris entre deux plans horizontaux, dont l'un forme la base et l'autre la surface culminante, est indéfini dans tous les sens, hormis sur un côté où il est terminé et soutenu par une paroi latérale, que nous supposerons d'abord être un plan vertical, mince et inflexible.

Ce plan vertical et le plan du sommet se couperont suivant une arête horizontale.

Prenons deux points quelconques sur cette arête, et à partir de ces points, traçons sur le plan vertical une courbe quelconque dont le sommet ait sa convexité tournée vers le plan de base.

Aux deux branches de cette courbe, et du côté convexe, imaginons deux tangentes qui fassent, avec la verticale, l'angle du talus naturel d'éboulement.

Si la portion du plan vertical comprise entre ces tangentes et la partie inférieure de la courbe, vient tout-à-coup à être retranchée, il se formera un éboulement qui laissera dans la masse du remblai, un vide ou entonnoir de forme quelconque.

Cet entonnoir aura pour surface l'enveloppe produite par l'intersection des surfaces de tous les cônes renversés, qui ont leur sommet dans les points de la courbe d'orifice, depuis le point le plus bas jusqu'aux points de contact des deux tangentes.

Les secteurs, les tranches et les filets de ces cônes, tels qu'ils résultent de leur pénétration, représenteront le volume du fluide écoulé.

Le même effet aurait lieu si l'orifice était linéaire ou superficiel, mais de moindre ouverture, pourvu que cette ouverture eût pour limite inférieure cette même portion de la courbe: seulement l'éboulement ne se formerait pas instantanément et en masse, mais par un écoulement graduel, proportionnel à l'ouverture, et retardé par le frottement du fluide contre les parties subsistantes du plan vertical.

33. Telles sont, dans le cas de la paroi verticale, les lois générales suivant lesquelles se forment les entonnoirs et les enveloppes du talus naturel d'éboulement.

On arrive, par des simplifications graduelles, aux cas moins compliqués, où la base de l'orifice, au lieu d'être une courbe, est une droite horizontale, ou même un cercle assez petit pour être considéré comme un point.

Si la base de l'orifice est une droite horizontale, la portion du plan vertical correspondante à l'entonnoir, est un trapèze limité par deux lignes de talus naturel qui, à partir des extrémités de cette droite, vont couper l'arête du sommet. L'entonnoir est un vide prismatique qui a pour surface un plan de talus naturel, terminé aux deux extrémités par deux secteurs coniques, chacun de cent degrés centésimaux.

Si la base de l'orifice est un point, l'entonnoir est un demi-cône renversé; c'est la moitié du cône de talus naturel, qui se serait écoulé par un orifice ponctuel percé dans le plan de base du remblai.

Plusieurs points d'orifices situés sur une même droite horizontale donneraient des demi-cônes semblables qui, suivant la distance de leurs sommets, seraient entiers et isolés, ou se couperaient suivant une section conique. Dans ce cas, les portions des surfaces coniques, inférieures à cette arête, envelopperaient un onglet conique qui subsisterait entre les orifices.

Enfin, dans ces différens cas, les éboulemens seraient instantanés, ou se feraient avec plus ou moins de lenteur, suivant que l'ouverture serait totale ou partielle, et réduite, soit à la ligne, soit au point de base de l'orifice.

33. Nous avons supposé, dans ce qui précède, que l'orifice limité par une courbe quelconque, était ouvert dans un plan vertical.

Supposons maintenant que cette paroi est un plan ou toute autre surface inclinée, l'éboulement se formera suivant les mêmes lois. L'entonnoir aura pour surface l'enveloppe produite par l'intersection des surfaces de tous les cônes renversés qui ont leurs sommets dans la courbe d'orifice. La portion du fluide écoulé variera suivant que la paroi sera inclinée sur le remblai ou surplombera. Si l'orifice est un point ou une ouverture moindre que la portion de la paroi qui correspond à l'entonnoir, l'écoulement sera plus ou moins lent, et sera plus ou moins régulier, suivant la fluidité des grains et le frottement qu'ils éprouveront contre la paroi ou sur les bords de l'orifice.

34. Dans la formation des remblais, un grain quelconque du fluide tend à se mouvoir dans toutes les directions possibles, comprises sous la surface du cône de talus naturel dont il est le sommet, et n'est en repos, comme point culminant, qu'autant qu'il a pour base un cône entier du talus naturel, ou un secteur, ou une tranche prismatique, ou un filet axillaire; selon qu'il est isolé ou engagé, et dans ce dernier cas, situé dans une ligne culminante, ou dans l'intérieur d'un sommet superficiel.

Il est évident, par tout ce qui précède, qu'une loi analogue régit la tendance à l'éboulement d'un point quelconque pris dans la masse du remblai, et qu'il tend à s'ébouler dans toutes les directions possibles, comprises dans les limites d'un cône droit circulaire dont ce point serait le sommet, et dont la surface aurait l'inclinaison du talus naturel d'éboulement. En effet, supposons que la surface de ce cône coupe, suivant une ligne quelconque, la base plane ou courbe du remblai indéfini; cette surface n'est autre chose que l'enveloppe produite par l'intersection du nombre infini des surfaces de tous les cônes renversés qui ont leur sommet dans la courbe d'intersection. Les droites d'intersection de ces surfaces sont des lignes de talus naturel d'éboulement, sur lesquelles le point que nous considérons s'éboulerait, si la courbe d'intersection était la limite extérieure d'un orifice linéaire. Ce même point s'écoulerait, suivant une ligne de pente plus rapide, par tout orifice intérieur. Enfin il tomberait avec le filet axillaire qui le soutient, et suivant la verticale, si toute la portion de la base limitée par la courbe d'intersection était culevée subitement.

35. Telles sont les lois du talus naturel d'éboulement. Nous terminerons cet exposé, comme nous l'avons fait pour les remblais, par une courte indication des points de pratique, auxquels cette théorie est ou peut devenir applicable.

Les surfaces du talus naturel d'éboulement peuvent, comme celles de remblai, être décrites sur un seul plan de projection, par une courbe horizontale et une échelle de talus naturel.

Une portion quelconque d'une surface de talus naturel, de remblai ou d'éboulement, est égale à sa projection horizontale, multipliée par le cosinus de l'angle de pente naturelle.

Les entonnoirs terminés par des enveloppes variées de talus naturel, se rencontrent dans la nature et dans les travaux, toutes les fois qu'il se forme un orifice dans le ciel d'une cavité ou d'une voûte couverte par de nouveaux remblais, des sables, des cendres volcaniques ou d'autres fluides imparfaits sans cohésion. On observe des entonnoirs analogues dans les terrains ou remblais de même nature, quand une explosion souterraine y forme un fourneau de mine ou de volcan.

Les portions d'entonnoirs qui se manifestent dans le cas des orifices latéraux, s'offrent également dans les terrains et dans les remblais sans cohésion, quand la poussée renverse les murs ou les autres obstacles qui les soutenaient à pic ou sous un talus trop peu incliné.

Cette théorie explique mieux peut-être qu'on ne l'a fait jusqu'ici, l'utilité des contre-forts ou éperons, des pied-droits et autres maçonneries ou corps solides qui divisent les solides de poussée derrière les murs de revêtement.

En effet, lorsque la paroi est un plan vertical, si l'orifice est un rectangle vertical, il s'éboule outre le prisme correspondant, deux secteurs coniques (33). Il ne s'éboule au contraire que la tranche prismatique, si le prisme de poussée est divisé par deux plans verticaux qui sont perpendiculaires à la paroi, et passent par les côtés verticaux du rectangle d'orifice.

Cette même théorie fait voir qu'il ne serait pas moins utile de diviser, par des murs de compartimens, les remblais qui pressent sur les voûtes d'une très-grande portée. On limiterait, en cas de rupture partielle, le solide d'éboulement qui agit sur l'orifice.

Ces contre-forts et ces compartimens ont une autre propriété. Le frottement du fluide contre leurs parois en retient une partie et diminue le solide d'éboulement. Cette dernière observation explique pourquoi, dans les expériences de Juliers, la ligne de rupture était courbe, et le prisme de poussée irrégulier à ses extrémités. C'est que le tablier dont la chute laissait ébouler les terres ou les sables, formait le côté mobile d'une caisse rectangulaire dont les côtés fixes et adjacens faisaient l'office de contre-forts.

On trouvera de ces anomalies apparentes, dans la figure des entonnoirs qu'on essaiera de former avec des appareils de petite dimension, ou à l'égard desquels le remblai ne pourra être considéré comme indéfini, sur-tout si les orifices sont très-petits, par rapport au solide d'éboulement. Mais l'accord des considérations mathématiques avec l'expérience se manifestera pour tous les points de cette théorie, soit dans les expériences faites en grand, soit dans l'observation des tra-

vaux, lorsqu'on aura l'occasion de suivre de grands remblais au tombereau, ou d'étudier des éboulemens formés dans un terrain ou dans un remblai indéfini et sans cohésion, par la rupture des murs ou des voûtes qui les soutiennent.

Après avoir développé cette théorie, il nous reste à en montrer les bornes. Elle s'applique aux fluides imparfaits composés de petits solides homogènes et sans cohésion, non comprimés, et c'est le cas des remblais, ou comprimés, et c'est le cas des éboulemens. Mais dans les fluides cohérens, et dans ceux qui sont formés de petits solides hétérogènes ou de densités trop diverses, ces lois éprouvent des modifications dont quelques-unes ont été l'objet de recherches utiles, mais incomplètes. Je regretterais de ne pouvoir les suivre, si d'autres ne pouvaient y apporter plus de temps et de moyens personnels : heureux si par cet essai je puis appeler l'attention des ingénieurs, des physiciens et des géomètres sur la théorie des fluides imparfaits, comme sur un de ces sujets dans lequel les sciences peuvent contribuer aux progrès des arts, et tirer de ces progrès mêmes des moyens de perfectionnement.

GRANULATION

DU PLOMB A GIBOYER,

D'APRÈS

LA DESCRIPTION DE M. SAUTEL;

Par M. GILLET DE LAUMONT, inspecteur-général au Corps royal des Mines.

INTRODUCTION.

QUOIQUE l'usage du plomb à giboyer soit fort ancien et extrêmement étendu, l'art de le granuler ne paraît pas avoir encore été publié. Il est facile sans doute de réduire du plomb en grains; mais souvent ces grains se trouvent creux et ouverts, plus souvent encore ils sont de figure irrégulière, ordinairement allongés en forme de larmes : dans le premier cas, avec la même force, les grains sont projetés moins loin; dans le second, ils dévient dans leur route. Le but auquel il faut atteindre est d'obtenir, avec économie, un plomb dont tous les grains soient bien pleins, bien ronds, et des neuf grosseurs en usage pour la chasse.

On emploie deux méthodes principales pour granuler le plomb en grand : en y mêlant de l'arsenic pendant la fonte, et le versant au tra-