# AVERTISSEMENT.

Les *Annales des Mines* paraissent de *trois en trois mois*, par livraisons de sept à huit feuilles d'impression chacune, avec des planches. Voyez l'*Avertissement* placé au commencement du volume de 1816, formant le tome Ier. de la collection des *Annales des Mines*.

# MÉMOIRE

SUR

## UN NOUVEAU PROBLÈME CRISTALLOGRAPHIQUE,

*Ayant pour but la détermination directe et générale de certaines variétés de formes cristallines qui dérivent du rhomboïde, avec des applications à une nouvelle variété déterminable de chaux carbonatée;*

Par M. MONTEIRO.

M. Haüy ayant bien voulu dernièrement me confier la détermination d'une nouvelle forme cristalline de chaux carbonatée, qui nous avait paru remarquable par le parallélisme sensible des arêtes de jonction de certaines faces, je me suis aperçu qu'à ce caractère de symétrie se joignait encore l'accident de stries disposées parallèlement aux bords inférieurs du noyau; et dès-lors j'ai vu la possibilité de déduire de ces deux indications réunies, les données nécessaires pour parvenir, par une méthode directe et indépendante de toute mesure mécanique, à déterminer la forme en question.

En étudiant cette forme sous le point de vue qui vient d'être indiqué, je remarquai que les considérations géométriques et théoriques, servant de base à la recherche de la loi de décroissement relative à la détermination ci-dessus mentionnée, étaient absolument du même genre que celles qui m'avaient fait connaître, aussi d'une manière directe, la loi $\overset{3}{D}$, faisant partie du signe représentatif de la variété *amphimétrique* de chaux carbonatée, que j'ai décrite dans un mémoire inséré dans le *Journal des Mines*, n°. 201, septembre 1813.

Cette remarque me fit sentir qu'il devait y avoir ici un problème cristallographique, dont la solution générale, en embrassant tous les cas semblables, rattacherait la détermination directe de la nouvelle variété de forme que je tenais entre les mains, à celle de la variété qui vient d'être nommée. Je vais donner à ce sujet les développemens convenables.

La nouvelle variété de forme dont il est ici question (Pl. I, *fig.* 2), et que je nommerai dès-à-présent *mixtiprogressive*, par la raison que l'on verra plus loin, n'est qu'une combinaison des variétés *contrastante* et *prismatique* de M. Haüy, dans laquelle les arêtes obliques, qui joindraient les faces $m$ de la *contrastante* avec les pans $c$ du prisme, se trouvent remplacées par des facettes étroites $\delta$, dont les intersections avec les faces adjacentes que nous venons de nommer, sont évidemment parallèles. Ce parallélisme, joint à l'indication tirée des stries existantes sur les mêmes faces $\delta$, et dirigées incontestablement dans le sens des bords inférieurs du noyau, détermine rigoureusement, par rapport à celui-ci, la position d'un plan parallèle à chacune de ces dernières faces.



Soit $qb$ (*fig.* 3), un noyau rhomboïdal quelconque. Tirez les diagonales horizontales $ea$ et $e'r$; prenez sur l'arête $eb$ un tiers $ed$ de cette même arête, et sur $e'q$ la moitié $e'c$; du point $d$ menez vers les angles $e'$ et $r$ les droites $de'$, $dr$, et du point $c$ vers les angles $e$ et $a$ les lignes $ce$, $ca$. Le plan $e'rd$ sera parallèle à une face du rhomboïde contrastant, de même que le plan $eca$ le sera à un pan conçu à la place de l'angle solide $e'$ du noyau. Puisque les deux plans $e'rd$ et $eca$ passent, l'un et l'autre, par les points $p$ et $h$, si je mène la ligne $ph$, elle donnera leur intersection commune, et fixera en même temps, dans ce sens, la position du plan qui la remplacerait et qui couperait les deux autres plans adjacens par des lignes parallèles entre elles. Un pareil plan, si nous le concevions de plus parallèle au bord inférieur correspondant du noyau, de même que cela a lieu en général pour chacune des faces $\delta$ (*fig.* 2), comme l'indiquent manifestement les stries qu'elles présentent, un pareil plan, dis-je, serait évidemment parallèle à celle de ces dernières faces, qui, sur la même figure, se trouve située à la droite de l'observateur. Menons donc par les points $p$ et $h$ (*fig.* 3), les droites $xg$ et $fo$ parallèles à l'arête $ee'$, et tirons $xf$ et $go$ : le plan $gxfo$ aura, par rapport au noyau, une position parallèle à celle de la face ci-dessus mentionnée.

Maintenant transportons le point $d$ vers $d'$ situé au milieu de $eb$, et tirons $d'e'$ et $d'r$ : le plan $d'e'r$ représentera un pan $c$ produit par la loi de décroissement $\overset{2}{e}$. D'un autre côté, concevons l'arête $e'q$ indéfiniment prolongée au-delà de $q$, et le point $c$ reculé sur cette même arête à une distance infinie de $e'$ : dans ce cas le plan *cea* venant à former avec le plan *reau* un angle infiniment petit, on pourra considérer cet angle comme nul, et supposer que le premier plan coïncide réellement avec le second, et représente en conséquence une face du rhomboïde équiaxe (1). Le plan dont il s'agit, ainsi que celui qui tient ici lieu du pan $c$, passant alors tous les deux par les points $r$ et $v$, la droite $rv$, tirée entre ces deux points, nous donnera leur intersection commune; et, si nous menons par le point $v$, et parallèlement à l'arête $ee'$, la droite $do'$ et de plus la ligne $qo'$, nous aurons un plan $qrdo'$, qui coïncidera avec la droite $rv$, et sera en même temps parallèle au bord inférieur $ee'$ du noyau.

(1) Le résultat suivant fera voir que cette supposition est parfaitement admissible. M. Haüy a trouvé (*Traité de Minéralogie*, tome I, page 351 et 352), la formule :

$$g' : p' :: \sqrt{(2n-1)^2 3g^2} : \sqrt{(n+1)^2 3p^2 + (3n^2-6n)g^2} ::$$
$$:: \sqrt{(2n-1)^2 g^2} : \sqrt{(n+1)^2 p^2 + (n^2-2n)g^2},$$

pour exprimer en général les rhomboïdes produits par les décroissemens sur les angles inférieurs du noyau, lorsque ces décroissemens se font en hauteur. Or, si l'on fait dans cette formule $n=\infty$, on obtient $g' : p' :: \sqrt{12} : \sqrt{5}$, c'est-à-dire la supposition d'un décroissement infini en hauteur sur les angles inférieurs du noyau donne pour résultat le même rhomboïde équiaxe, qui provient proprement de la loi de décroissement B, et dont chaque face est rigoureusement parallèle à un plan du noyau analogue à *reau*. Pour éviter des répétitions superflues, nous regarderons dorénavant comme rigoureux, conformément à ce qui vient d'être dit, soit les parallélismes soit les coïncidences sensibles qui résulteront d'une pareille considération.



Comme la combinaison des trois plans que nous venons d'indiquer représente la variété *amphimétrique* (*fig.* 4), ce qui vient d'être exposé met en évidence la remarque faite tout au commencement de ce mémoire, savoir celle de l'identité des considérations géométriques et théoriques, qui nous ont servi à déterminer directement, et les faces $\lambda$ de la variété ci-dessus nommée, et les faces $\varsigma$ (*fig.* 2), de la variété *mixtiprogressive*.

Maintenant, si l'on examine attentivement la construction foudée sur lesdites considérations, et employée à la détermination qui vient d'être mentionnée, on voit qu'elle est de même applicable à un nombre infini de cas particuliers ; ce qui suppose l'existence d'un problème dans lequel ils viendraient se réunir tous sous un même énoncé, et dont la solution embrasserait, sous une formule générale, la détermiuation particulière de chacun d'eux.

En effet, concevons que le plan vertical $e'rd'$ (*fig.* 3), tournant autour de la diagonale horizontale $e'r$, se relève d'abord, et s'abaisse ensuite par son extrémité $d'$. Dans le premier cas, il coupera l'arête $eb$ successivement en différens poiuts, qui, en partant de $d'$, s'approcheront de plus en plus de l'angle solide $e$ du noyau, jusqu'à venir enfin à coïncider avec lui ; en même temps son intersection $e'd'$ avec la face $e'eba$ restaut fixe par l'extrémité $e'$, s'approchera aussi de plus en plus du bord inférieur $e'e$, et finira par se confondre avec lui; enfin, le point $v$, intersection de $e'd'$ avec la diagonale horizontale $ea$, se trouvera successivement transporté jusqu'en $e$. Dans le second cas, si nous supposons le même plan prolongé convenablement, aussi bien que l'arête $eb$, nous aurons le point $d'$ porté successivement sur cette arête toujours plus loin de l'angle solide $e$ jusqu'à l'infini ; l'intersection $e'd'$ du plan en question avec la face correspondante du noyau tournera autour du point $e'$, pour se rapprocher de l'arête $e'a$ jusqu'à coïncider avec elle ; enfin, le point $v$, intersection de la ligne $e'd'$ avec la diagonale horizontale $ea$, se trouvera successivement moins éloigné de $a$, et finira par tomber sur ce dernier point. Une pareille conception est également applicable au plan vertical $cea$.

Or, il est visible que les différens plans qui, en partant de la diagonale horizontale $e'r$, viendraient couper l'arête $eb$, indéfiniment prolongée, en différens points, depuis l'angle solide $e$ jusqu'à l'infini, sont propres à représenter le système complet des rhomboïdes susceptibles d'être produits par les décroissemens sur les angles inférieurs du noyau. Dans le même cas se trouvent aussi les plans analogues, conçus entre la diagonale horizontale $ea$ et différens points, qui se suivraient depuis l'angle solide $e'$ jusqu'à l'infini sur l'arête $e'q$ indéfiniment prolongée (1). D'un autre côté, il est également sensible qu'en combinant un quelconque des plans situés par-

(1) Dans le système de rhomboïdes dont il s'agit, se trouvent compris le prisme hexaèdre provenant de la loi $\overset{2}{e}$, que l'on peut regarder aussi comme un rhomboïde à axe infini, et les rhomboïdes primitif et équiaxe, qui constituent les termes extrêmes de la série, et que l'on peut considérer comme les résultats des lois $\overset{\infty}{e}$ et $\overset{\frac{1}{\infty}}{e}$.



dessous l'angle solide $e$ avec un second, quel qu'il soit, de ceux qui se rapportent à l'angle $e'$, la ligne tirée du point d'intersection du premier plan avec la diagonale horizontale $ea$ vers le point d'intersection de l'autre plan avec la diagonale horizontale $e'r$, passera toujours par-dessous le bord inférieur $ee'$, et qu'il sera par conséquent toujours possible de faire passer par ladite ligne, et parallèlement à ce même bord, un plan, qui représentera une troisième face secondaire, et dont les intersections avec les deux autres plans seront évidemment parallèles.

Il n'y aurait que deux cas où cela ne pourrait pas avoir lieu, savoir : celui dans lequel le point d'intersection du premier plan avec la diagonale $ea$ viendrait à tomber sur l'angle $e$, et celui où le point d'intersection du second plan avec la diagonale $e'r$ coïnciderait avec l'angle $e'$. Mais, ces deux cas même, la théorie peut les faire rentrer dans la proposition générale, en concevant les plans auxquels ils se rapportent formant avec les faces primitives correspondantes un angle infiniment petit, et en exprimant par les lois $\overset{\infty}{D}$ et $\underset{\infty}{D}$ les faces secondaires qu'ils représentent.

La réunion de ces deux cas pourrait être ramenée encore à la théorie, et le plan correspondant exprimé par $\overset{\infty}{\underset{\infty}{D}} = \overset{1}{\underset{1}{D}}$.

D'après ce qui vient d'être exposé, on devra énoncer, de la manière suivante, le problème qui fait proprement l'objet de ce mémoire.

*Deux rhomboïdes quelconques, provenans* *de décroissemens sur les angles inférieurs d'un noyau rhomboïdal, quel qu'il soit, se trouvant combinés avec un dodécaèdre produit par des décroissemens sur les bords inférieurs, avec la condition que les arêtes de jonction des faces appartenantes à ce dernier solide avec les faces adjacentes et correspondantes aux deux premiers soient parallèles; déterminer la loi de décroissement qui donne naissance au dodécaèdre, celles qui se rapportent aux deux rhomboïdes étant données.*

Supposons que le rhomboïde $qb$ (*fig.* 3), représente maintenant une molécule soustractive, à laquelle tout ce que nous venons de dire, par rapport à cette même figure considérée comme noyau, sera également applicable.

Considérons $d$ et $c$ comme deux points quelconques pris, l'un sur l'arête $eb$, et l'autre sur l'arête $e'q$. La construction que nous avons donnée pour la variété *mixtiprogressive*, restant la même dans l'hypothèse actuelle, le plan $gxfo$ représentera une des faces du dodécaèdre que l'on se propose de déterminer, et c'est de la loi de décroissement, propre à produire une pareille face, qu'il faudra à présent chercher l'expression générale.

D'après les développemens donnés plus haut, par rapport aux plans, à l'aide desquels les différens rhomboïdes, relatifs à notre problème, peuvent être représentés, on verra facilement que nous avons pris pour base de notre construction, la supposition que la mesure des décroissemens était constante en largeur et seulement variable en hauteur. En continuant donc à la supposer toujours égale à l'unité, dans le premier sens, nous l'exprimerons dans l'autre sens, en général, par $n$ pour les décroissemens relatifs à l'angle $e$, et par $n'$ pour ceux qui se rapportent à l'angle $e'$ (1). D'une autre part, $e'g$ représentant la mesure en largeur, et $ef$ la mesure en hauteur du décroissement propre à donner une face parallèle au plan $gxfo$, il est évident que la loi de ce décroissement nous sera donnée par une fraction ayant pour numérateur l'expression générale de $e'g$, et pour dénominateur celle de $ef$. Ce sera donc ces deux expressions qu'il faudra chercher, l'une en fonction de $n'$, et l'autre en fonction de $n$.



Proposons-nous d'abord de découvrir l'expression de $ef$.

Tirez la diagonale oblique $e'b$, et menez du point $d$ la droite $dl$ parallèle à la diagonale horizontale $ea$, vous aurez :

$ed = n\sqrt{g^2+p^2}$, $db = (1-n)\sqrt{g^2+p^2}$, $dl = (1-n)g$, $bl = (1-n)p$, $e'l = (1+n)p$, $ih = \frac{dl \times e'i}{e'l} = \frac{1-n}{1+n}g$, $eh = (ei - ih) = g - \frac{1-n}{1+n}g$

(1) Il est bien entendu que les quantités $n$ et $n'$ représenteront des nombres quelconques, soit entiers, soit fractionnaires, qui seront toujours rationnels. J'observerai en outre que les lois de décroissement qui viennent d'être indiquées, seront exprimées en général par $\overset{\frac{1}{n}}{e}$ et $\overset{\frac{1}{n'}}{e'}$, et que c'est au moyen de ces signes représentatifs que dans la suite je désignerai les faces des rhomboïdes correspondans, lorsqu'il sera question de les indiquer aussi d'une manière générale.

$$= \frac{2n}{1+n}\,g\,;\ \text{enfin},\ ef = \frac{eh \times eb}{ea} = \frac{n}{1+n}\sqrt{g^2+p^2}.$$

Avant d'aller plus loin, il faut observer que les expressions que nous venons d'obtenir, se rapportent particulièrement au cas de $n < 1$. Lorsque $n = 1$, le facteur $(1-n)$ se réduira à zéro, de même que les expressions dans lesquelles il entre. Si $n > 1$, le même facteur devra être converti en $(n-1)$. Enfin, les autres expressions, qui ne renferment pas le facteur dont il s'agit, subsisteront, quelle que puisse être la valeur de $n$, et dans ce cas se trouve précisément l'expression de $ef$.

Quant à l'expression de $e'g$, il est manifeste qu'en employant la même construction, et en suivant la même marche, on parviendra à la trouver identique avec celle de $ef$; seulement la quantité $n'$ se trouvera à la place de $n$ : on aura donc $e'g = \frac{n'}{1+n'}\sqrt{g^2+p^2}$.

Si nous désignons à présent par $n''$ la loi de décroissement que nous avons eu en vue de déterminer, elle sera exprimée en général par $n'' = \frac{n'(1+n)}{n(1+n')}$; et en considérant le signe représentatif $\overset{\frac{n'(1+n)}{n(1+n')}}{D}$ qui en résulte, on en déduira les conséquences suivantes :

1°. Puisque les valeurs de $n'$ et $n$ sont des nombres rationnels, il devra y avoir, pour chaque combinaison de deux rhomboïdes provenans de



décroissemens sur les angles inférieurs d'un noyau rhomboïdal quelconque, une loi propre à faire naître sur les bords inférieurs du même noyau un dodécaèdre, dont les faces satisferont à la condition du problème qui nous occupe. Cela confirme le résultat que nous avions pu déduire d'abord de la seule construction, et il est de plus évident que la proposition inverse est également vraie.

2°. En supposant au noyau une position fixe, et telle que nous l'avons représentée dans la *fig.* 3, les faces du dodécaèdre données par la formule s'inclineront vers le sommet supérieur $q$, lorsqu'on aura $n' > n$; elles se rejetteront au contraire du côté du sommet inférieur $b$, quand $n' < n$; et comme les deux angles $e$ et $e'$ sont identiques, ces deux cas auront lieu à-la-fois, et concourront à produire la double pyramide du même dodécaèdre. Si l'on avait $n' = n$, les faces de cette double pyramide deviendraient parallèles à l'axe $qb$, et se réuniraient deux à deux de manière à former six pans tangens aux arêtes inférieures du noyau.

Je vais à présent faire quelques applications. Je suppose d'abord que les lois de décroissement données, et relatives aux deux rhomboïdes qui se trouvent combinés avec le dodécaèdre que l'on se propose de déterminer, soient $\overset{3}{e}$ et $\overset{2}{e}'$; j'aurai $n = \frac{1}{3}$ et $n' = \frac{1}{2}$, et en substituant ces valeurs dans la formule ci-dessus, j'obtiendrai $n'' = \frac{4}{3}$, résultat qui se rapporte à la variété *mixti-progressive*. Le dodécaèdre donné par ce résultat, et qui proviendrait d'un décroissement par quatre rangées en largeur et trois en hauteur, a un axe septuple de celui du noyau ; et en conséquence la nouvelle variété (*fig.* 5), qui en résulterait, si jamais la chaux carbonatée venait à s'offrir sous cette forme, pourrait prendre le nom de *axieptasite*.

Pour la variété amphimétrique on aurait $n = \frac{1}{2}$ et $n' = \infty$, et par conséquent $n'' = 3$ ; c'est-à-dire, la même loi $\overset{3}{D}$ que j'avais donnée dans le mémoire déjà cité.

Si l'on fait $n = n' = \frac{1}{2}$, ce qui est le cas du prisme hexaèdre provenant de la loi $\overset{2}{e}$, on obtiendrait $n'' = 1$ ; ce qui veut dire que le prisme deviendrait dodécaèdre, par l'interposition des pans produits par la loi $\overset{1}{D}$ entre ceux du prisme précité.

Je prends à présent $n = \frac{1}{\infty}$ et $n' = 2$, ce qui représente la combinaison du rhomboïde primitif avec le rhomboïde semblable provenant de la loi $\overset{\frac{1}{2}}{e'}$, et je trouve $n'' = \frac{2\infty}{3}$, résultat qui confirme ce que la simple construction avait déjà fait voir précédemment.

A la suite des applications que je viens de faire, il est à propos d'observer que l'usage de la formule dont il est ici question, est encore bien plus étendu que ne l'exprime l'énoncé du problème dont elle offre la solution, puisqu'elle peut servir également à déterminer *à priori* l'un



des deux rhomboïdes représentés par $\overset{\frac{1}{n}}{e}$ et $\overset{\frac{1}{n'}}{e'}$, la loi de décroissement relative à l'autre étant donnée, conjointement avec celle d'où résulte le dodécaèdre correspondant. Pour en offrir un exemple, faisons $n = \frac{1}{3}$ et $n'' = \frac{4}{3}$, comme cela a lieu pour la variété *mixtiprogressive*. En faisant, dans la formule, les substitutions et réductions convenables, nous obtiendrons $n' = \frac{1}{2}$, valeur qui est effectivement celle qui répond à $n'$ dans le cas que nous avons supposé.

On pourrait donc, d'après cette considération, ajouter comme un *corollaire* à l'énoncé de notre problème, la proposition suivante : *La loi de décroissement relative au dodécaèdre étant donnée, conjointement avec la loi correspondante à l'un des deux rhomboïdes, déterminer celle qui serait propre à produire l'autre.*

Je terminerai ce mémoire par la description de la nouvelle variété de chaux carbonatée qui en a été proprement l'occasion.

Son signe représentatif, rapporté au noyau (*fig.* 1), est $\underset{c}{\overset{2}{e}}\ \underset{m}{\overset{3}{e}}\ \underset{\delta}{\overset{\frac{4}{3}}{D}}\ \underset{o}{\overset{1}{A}}$ ; et on voit que c'est de ce signe représentatif que j'ai tiré le nom de *mixtiprogressive* que je lui ai donné.

Les incidences de ses faces adjacentes sont présentées ensemble sur le tableau suivant, dans lequel j'ai introduit aussi celles qui se rapportent au nouveau dodécaèdre *axieptasite* (*fig.* 5), considéré isolément.

| Incidences. | Degrés. | Minutes. | Secondes. |
|---|---|---|---|
| de *m* sur *c* | 119 | 1 | 2 |
| — *m* — *c'* | 165 | 57 | 50 |
| — *m* — *o* | 104 | 2 | 10 |
| — *c* — *o* | 90 | » | » |
| — *s* — *c* | 144 | 12 | 15 |
| — *s* — *m* | 154 | 48 | 47 |
| — *s* — *o* | 99 | 20 | 10 |
| — *s* — *s* | 130 | 8 | 46 |
| — *s* — *s'* | 111 | 37 | 6 |
| — *s* — *s''* | 159 | 6 | 4 |

Le morceau qui m'a offert la variété dont il s'agit, existe dans la précieuse collection de M. Haüy. Il ne porte aucune indication de localité; mais il ressemble beaucoup aux échantillons qui proviennent de certains filons des mines de plomb argentifère du Hartz.

---

# RAPPORT

*Fait au Jury central de l'exposition des Produits de l'Industrie française; de l'année 1819, sur les objets relatifs à la métallurgie, et augmenté de quelques annotations;*

PAR A. M. HÉRON DE VILLEFOSSE;

Membre de ce Jury, Inspecteur divisionnaire au Corps royal des Mines, Maître des Requêtes au Conseil d'Etat, Membre de l'Académie royale des Sciences, etc.

Ce Rapport a été présenté au Jury central, au nom d'une Commission qu'il avait chargée de lui rendre compte de l'examen des produits relatifs aux arts métallurgiques, et qui était composée de six Membres de ce Jury, ainsi qu'il suit :

Messieurs,

Le Comte BERTHOLLET, *Pair de France, grand Officier de l'Ordre royal de la Légion-d'Honneur, Membre de l'Académie royale des Sciences;*

Le Comte CHAPTAL, *Pair de France, ancien Ministre de l'intérieur, grand Officier de l'Ordre royal de la Légion-d'Honneur, et Chevalier de l'Ordre de Saint-Michel, Membre de l'Académie des Sciences;*

Le Chevalier BRONGNIART, *de l'Ordre royal de la Légion-d'Honneur, Ingénieur en Chef des Mines, Membre de l'Académie des Sciences, Directeur de la Manufacture de Porcelaine de Sèvres;*